Gnomonica Italiana

Rivista di Storia, Arte, Cultura e Tecniche degli Orologi Solari

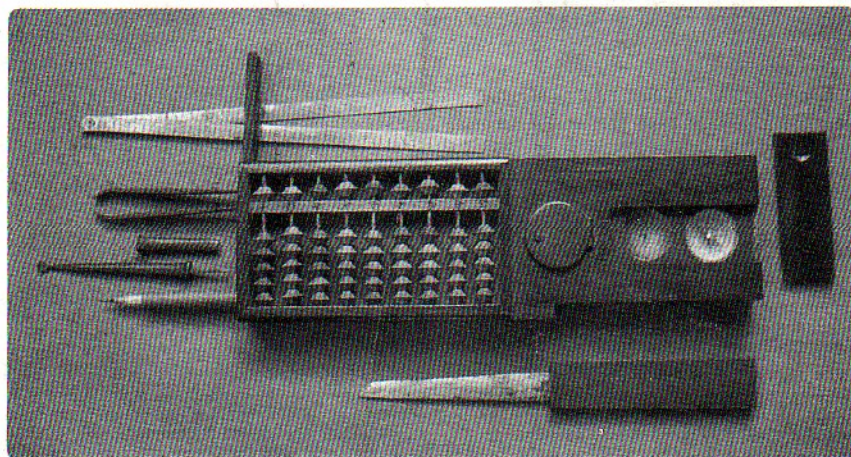
n° 1 - Gennaio 2002

ISSN 1345-8078

日本日時計の会会報 2000年12月 第1巻No.2

HIDOKEI 第2号

ひどけい

JSS THE JAPAN SUNDIAL SOCIETY

江戸時代に作られた日時計つき旅の七つ道具

Traveler's outfit with a built-in sundial in the Edo era (時の資料館蔵)

日本人の傑作 左上から 物差し、毛抜き、耳かき、キリ、毛筆

本体左から ソロバン、墨つぼ、日時計、磁石、小刀

（目次）

22, 23 e 24 Marzo 2002 - XI Seminario di Gnomonica

Spedizione in abbonamento postale 45% / Filiale di Milano - Art.2 - Comma 20B - Legge 662/96 - € 10,00

Gnomonica popolare. Prima parte

di Nicola Severino

Gnomonica popolare doveva essere il titolo del mio penultimo lavoro. Un libretto, in forma di manuale, che ripercorreva le tappe fondamentali della gnomonica geometrica e pratica dal Rinascimento ad oggi. Vari impegni hanno fermato piu' volte questo progetto finché mi sono deciso a pubblicarlo in parte su questa rivista, selezionando le pagine piu' significative. Molti dei metodi che verranno esaminati sono noti, altri lo sono meno o addirittura sconosciuti soprattutto a chi si è appassionato da poco tempo alla gnomonica. Queste pagine vogliono essere uno spunto di ricerca storica affinché resti sempre viva nel tempo e renda omaggio alla gloria degli antichi gnomonisti.

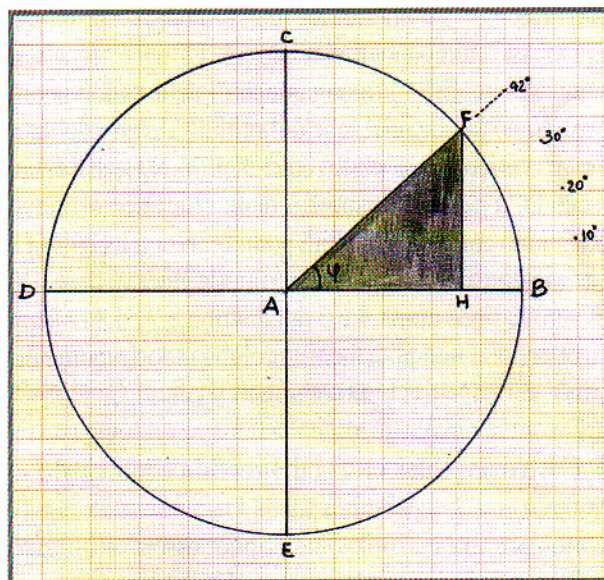
fig. 1a

I metodi che seguono riguardano la costruzione degli orologi orizzontali

Metodi con strumenti ausiliari

Gli antichi gnomonisti escogitavano dei metodi semplicissimi per disegnare gli orologi solari, specie quelli semplici come gli orizzontali ad ore astronomiche. Eccone un esempio tratto da Oronzio Fineo[2]:

1. Costruzione dell'orologio solare orizzontale per mezzo del "modine".

Per la costruzione grafica che esporremo, sarà indispensabile costruire prima uno strumentino gnomonico molto semplice, denominato "modine". Si tratta, in pratica, di realizzare il triangolo stilare delle dimensioni proporzionali a quelle che si vuole per l'orologio. Si farà in legno, cartoncino o compensato ed il procedimento è molto semplice. Su una tavoletta ben levigata ed in piano orizzontale (*fig.1a*), si traccia il cerchio CDEB con centro A e si riportano i diametri DB e CE.

Sulla quarta di cerchio CB, con un goniometro, si segna il punto, da B verso C e da 0° a 90°, corrispondente al valore in gradi della latitudine per cui si vuole costruire l'orologio. Questo punto sia F. Dal punto F si tira la perpendicolare ad AB. Il triangolo AFH è rettangolo in H.

Il cerchio ABCD rappresenta il circolo meridiano; BC è la quarta settentrionale del meridiano; A è il centro del mondo; AF rappresenta l'asse terrestre e il punto F il "punto gnomonico", o "estremità dello stilo"; DB la retta orizzontale, ovvero luogo dei punti del piano orizzontale; CE è il piano del Primo Verticale, cioè il verticale passante per i punti Est ed Ovest.

Costruzione

Su una tavola che costituirà poi il piano dell'orologio, si tira la retta AB (*fig. 1b*) che rappresenta la linea meridiana. Si riporta la lunghezza AH dello strumento

[2] O. Fineo, *Opere di O. Fineo tradotte da Cosimo Bartoli*, Venezia, 1670, pp. 418/422

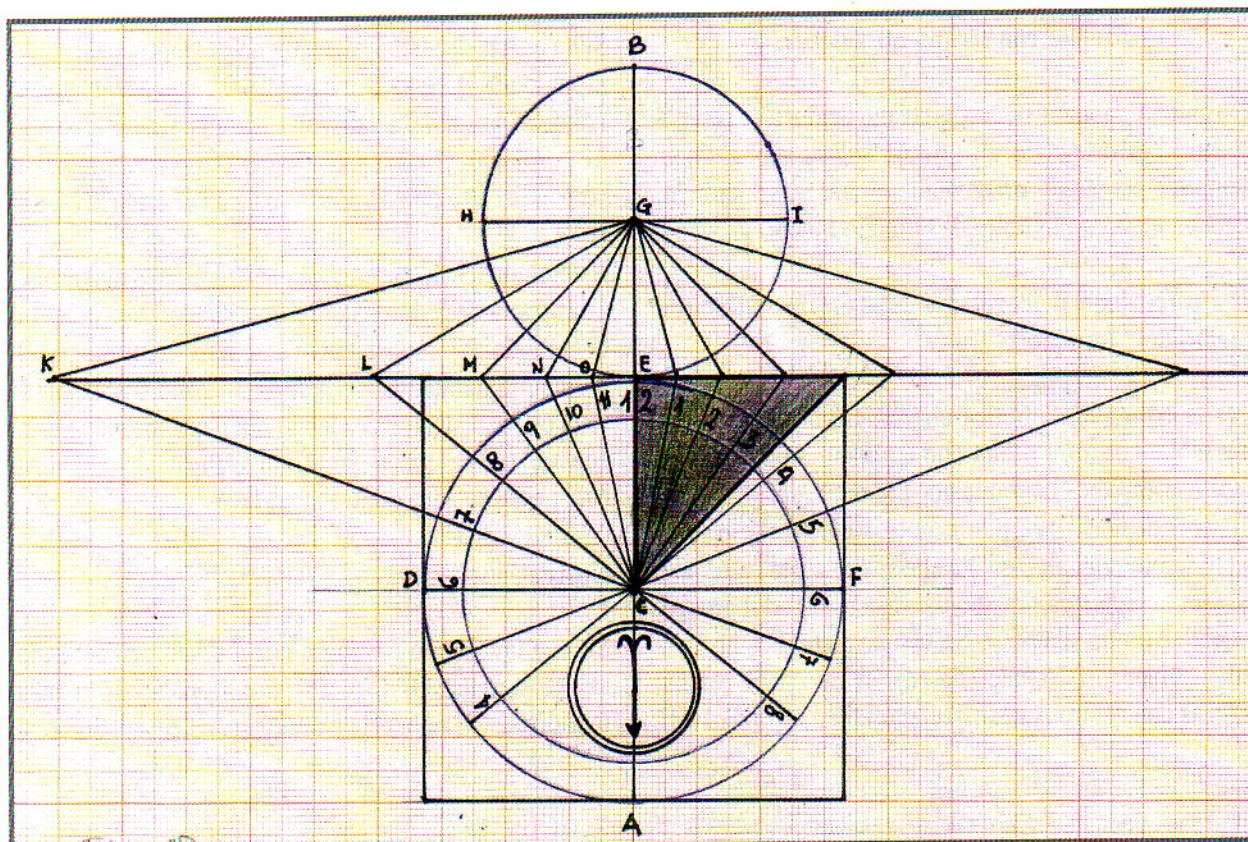
realizzato sulla linea AB, da A verso B, trovando il punto C da cui, con un compasso, e con raggio AC, si traccia il cerchio ADEF che rappresenta l'orizzonte. Si traccia la retta DF, perpendicolare alla AE, che rappresenta il Primo Verticale e la linea oraria delle 6-18. Ancora nello strumento detto "modine", si prende la metà del segmento AF, cioè la metà dell'assostilo, e la si trasporta sulla EB, da E verso B, trovando il punto G da cui, sempre con un compasso, si traccia, di raggio EG, il cerchio BHEI che rappresenta il ribaltamento dell'equatore celeste da cui si prenderanno i punti orari dell'orologio. Infatti, le ore nell'orologio orizzontale EDAF, si ottengono dividendo in 12 parti uguali il semicerchio HEI. I prolungamenti di dette suddivisioni incontrano la linea EK, che è il prolungamento del lato della tavoletta, nei punti orari K,L,M,N,O, E, e via dicendo, a destra e a sinistra di E. Le linee orarie si ottengono congiungendo tali punti orari con il centro C. Le linee orarie che si trovano oltre la linea delle 6-18, ovvero le linee orarie 4 e 5 del mattino e 7 ed 8 di sera, si ottengono semplicemente prolungando le congiungenti dei rispettivi punti orari con il centro C.

2. Costruzione per mezzo del cerchio equinoziale

L'orologio solare orizzontale può essere realizzato nella pratica, senza alcun procedimento geometrico, grafico, o di calcolo, semplicemente utilizzando uno strumento gnomonico denominato "cerchio equinoziale", o "anello equinoziale". Si tratta di un elementare cerchio costituito da una sottile lamina d'alluminio larga un paio di centimetri. Il concetto è semplicissimo. L'anello equinoziale non è altro che un normale "orologio equinoziale", che vedremo tra poco, per mezzo del quale si possono tracciare le linee orarie dell'orologio orizzontale. Il cerchio, o anello equinoziale, nella pratica dei dilettanti può essere costituito da un pezzo di cartone perfettamente circolare ed opportunamente suddiviso in settori di 15° ciascuno con un semplice goniometro. Si fa in modo che il suo centro coincida con il vertice dell'assostilo e che il piano del cerchio risulti perpendicolare alla direzione dell'asse terrestre. In questo modo, il cerchio equinoziale diventa un "modellino" dell'equatore celeste.

A questo punto basta prolungare con un filo sottile, di cotone, le direzioni delle varie suddivisioni e segnare i punti d'intersezione con il piano dell'orologio orizzontale. Congiunti tali punti d'intersezione con il centro orario, si ottengono le linee orarie volute.

Al posto del cerchio equinoziale può usarsi un normale quadrato, in cartoncino duro, o compensato, il cui centro si fa sempre coincidere con il vertice del triangolo stilare e la cui perpendicolarità all'assostilo può essere verificata per mezzo di una squadretta.

fig. 1b

3. Costruzione per mezzo dello strumento universale delle latitudini.

La (*fig. 2*) mostra uno strumento universale[3] che serve per la realizzazione pratica, senza alcuna costruzione geometrica, dell'orologio orizzontale per una qualsiasi latitudine compresa fra 25° e 50°. Come è facile osservare, si tratta di una "quarta di cerchio" suddivisa in vari circoli concentrici che, nel caso della figura, sono 26 per le latitudini da 25° a 50° più altri due cerchi per le graduazioni. Il "diagramma" costituito dalle varie lineette all'interno di ogni circolo è ottenuto in questo modo. Per ogni singolo cerchio si calcola trigonometricamente, col metodo esposto più avanti, il valore dell'angolo orario del sole relativo alle linee orarie tra le 1 e le 6 pomeridiane, o mattutine. Si riportano quindi i rispettivi valori in gradi con un piccolo segmento. Fatta questa operazione per ogni singolo cerchio, si ottiene il diagramma che si vede nella figura.
L'applicazione di questo semplice strumento è resa oltremodo chiara dalla figura. In pratica, il centro della "quarta di cerchio" si fa coincidere con il centro orario dell'orologio e si fa in modo che la linea dei 90° coincida con la linea orizzontale e la linea corrispondente a 0° coincida con la linea meridiana. Prolungando le direzioni dei segmenti del circolo relativo alla latitudine del luogo fino ad incontrare il centro dell'orologio, si ottengono immediatamente le linee orarie.
E' ovvio che un tale strumento può essere usato solo per le latitudini indicate. Tuttavia, per chi non è afflitto dalla sindrome della massima precisione, l'approssimazione dei 5-10 minuti sulla lettura dell'ora che può fornire un tale metodo è più che accettabile.

Per la sistemazione dell'assostilo, o del triangolo stilare, sarà sempre utile costruire un cartoncino dalle dimensioni effettive del triangolo stilare. Ciò può essere fatto per mezzo di un semplice goniometro valutando con sufficiente precisione l'angolo tra l'assostilo e il piano dell'orologio, pari all'altezza del polo celeste, cioè della latitudine del luogo. L'assostilo potrà quindi essere impiantato facendolo coincidere con l'ipotenusa del triangolo stilare.

4. Costruzione per mezzo della quarta di cerchio

E' un metodo molto pratico ed abbastanza preciso. Seguiamo la descrizione data da J. Ozanam[4] Si dovrà prima però disegnare una quarta di cerchio come in fig. 3 e suddividerla, per mezzo di un goniometro, in archi di 15° ciascuno. Sarà anche utile eseguire una ulteriore suddivisione in archi di 7.5° ciascuno che serviranno

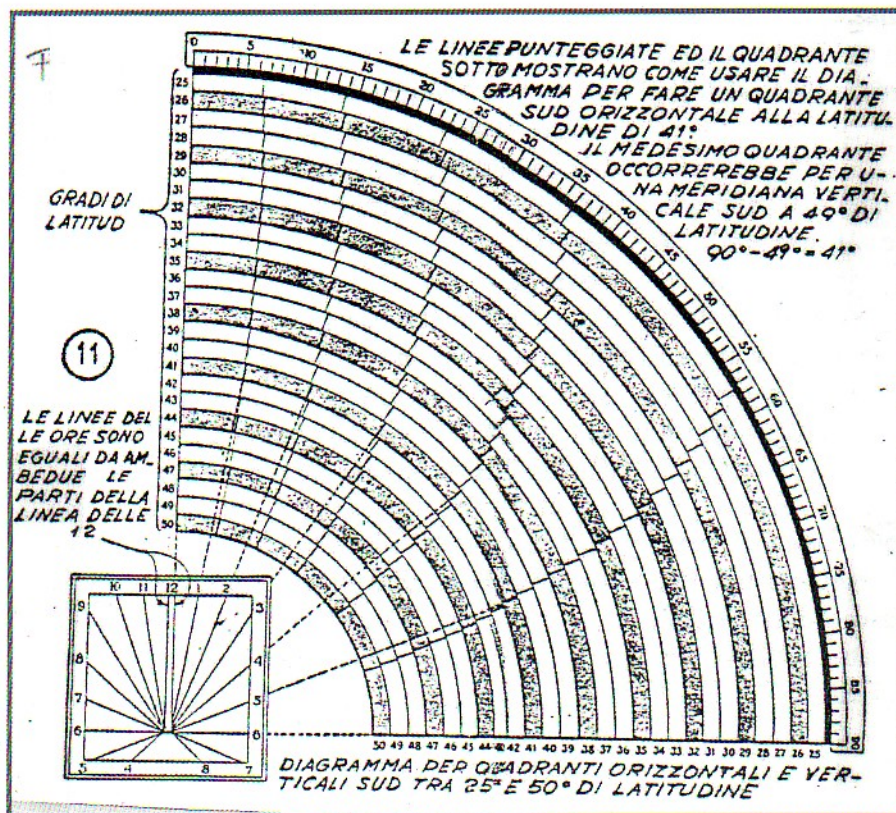



fig. 2

[3] Si veda Sistema a, n° 12, 1952, pag. 486-487
[4] J. Ozanam, *Recreations mathematique et physique*, Paris, 1736, pag.19

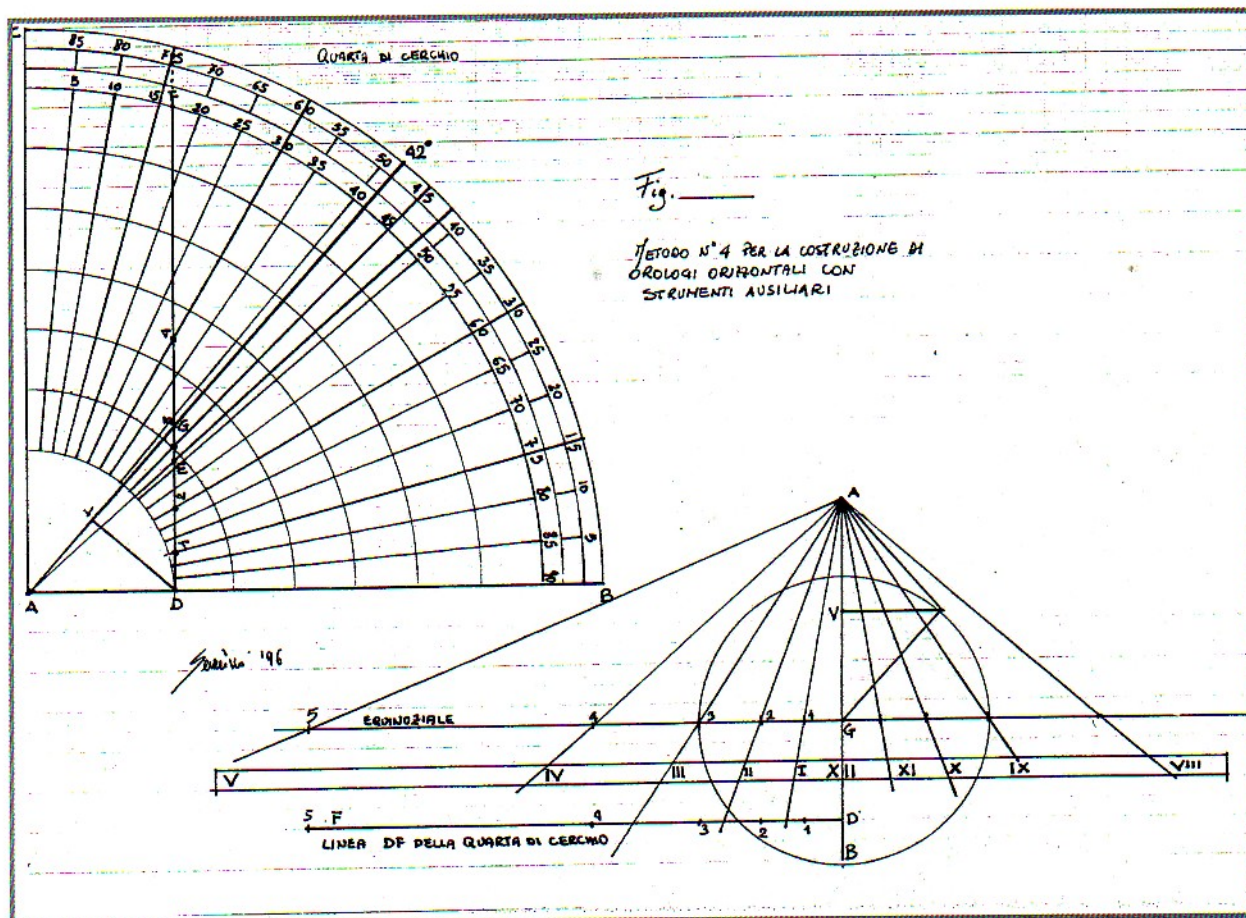



fig. 3

per tracciare le linee orarie delle mezz'ore. Nella figura, la suddivisione è fatta in archi di 15° ed in archi di 5° ma, come detto, sarà più utile avere gli archi di 15° e 7.5°.

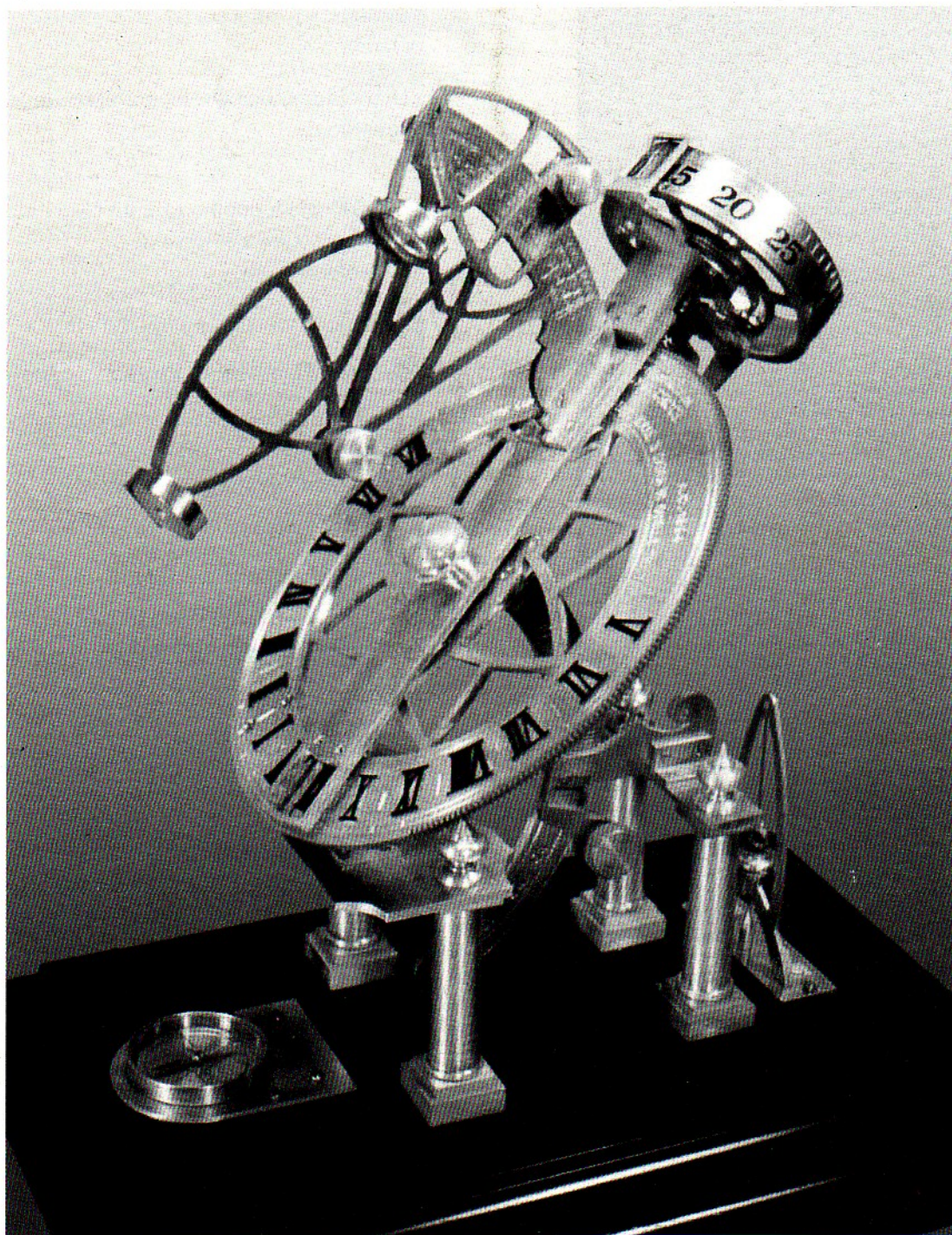
Fatto ciò, dal centro A si tira la linea AG, prolungandola, che fa un angolo con la linea AC pari alla latitudine del luogo (nel caso della figura 42°. Si noti pure che è stata tracciata anche la linea del complemento della latitudine di 42°, ma nel nostro caso non serve). Ad una distanza presa a piacere, ma non troppo grande, si tira la retta DF, parallela ad AC, che taglia trasversalmente tutte le linee delle suddivisioni effettuate. In particolare essa incontra la linea AG nel punto G. Per tracciare le linee orarie nell'orologio orizzontale, basterà trasportare le varie distanze degli intrecci delle linee di suddivisione di 15° con la linea DF, sulla linea equinoziale dell'orologio. Innanzitutto, si tira la linea meridiana AB e si segna su di essa un punto qualunque A che sarà il centro orario dell'orologio. Da A si trasporta la distanza AG della quarta di cerchio, ottenendo il punto G per il quale passa la linea equinoziale. Ora, a destra o a sinistra della linea meridiana, si prendono i punti orari pari alla distanza delle intersezioni delle linee di suddivisione di 15° della quarta di cerchio con la linea DF.

Per avere il piede dell'ortostilo è molto semplice. Basta tirare da D una linea perpendicolare che incontra la linea AG nella quarta di cerchio nel punto V.

Si trasporta DV sulla linea meridiana dell'orologio, da G verso A, e si ottiene GV. Il punto V è il piede dell'ortostilo. La costruzione del triangolo stilare è immediata. Prendendo poi le distanze sulla DF delle intersezioni con gli archi di 7.5°, si hanno le linee delle mezz'ore.

Gnomonica Italiana

Rivista di Storia, Arte, Cultura e Tecniche degli Orologi Solari

n° 2 - Giugno 2002

In questo numero: **Daniele Bellio** La meridiana bifilare orizzontale - **Mario Arnaldi** La collezione di strumenti gnomonici custodita nella Biblioteca Classense di Ravenna - (prima parte) - **Carlo Croce** Diari gnomonici: Orologio solare universale equatoriale - **Riccardo Anselmi** Un orologio a doppio uso: un caso limite di orologio solare a riflessione - **Karlheinz Schaldach** Di due manoscritti di Rostock e la regola di Erfurt - **Michele T. Mazzucato** Camugnano e quadranti solari - **Raul Perez-Enriquez** Interpretazione del Ferro di Cavallo di Triliti di Stonehenge per mezzo di un metodo gnomonico - **Fabio Savian** L'orologio GMT - **Silvano Bianchi** Orologi solari in Chivasso - **Alessandro Gunella** La geometria dell'orologio italico verticale - **Nando R** Un metodo geometrico per ricavare il centro dell'orologio - **Nicola Severino** Gnomonica popolare. Seconda parte.

Spedizione in abbonamento postale 45% - Milano Art. 2 - Comma 20B - Legge 662/96 € 10,00

Gnomonica popolare. Seconda parte

Metodi geometrici alternativi per la costruzione del'orologio solare orizzontale

di Nicola Severino

Metodo n° 1
(per mezzo della proiezione stereografica
sul piano di un meridiano)

Su due rette AB, DE (*fig. 4*) che si tagliano ad angoli retti nel punto C, bisogna descrivere una proiezione stereografica sul piano di un meridiano. Fatto ciò, per costruire un orologio orizzontale si prende l'arco AF uguale all'altezza del polo (latitudine); per il punto F si tira la retta FG, parallela alla retta AB, e che interseca in G il cerchio ADBE e in H la retta DE. Dal centro H e con intervallo HF, si descrive un semicerchio che interseca le proiezioni dei meridiani nei punti 7,8,9,10,1,2,3,4,5; si tira da H e per ciascuno di questi punti di divisione, delle rette che saranno quelle delle ore; la retta DE sarà la meridiana, il punto ed il centro del quadrante.

Se si vuole costruire un orologio verticale australe, si prende l'arco AF uguale all'altezza dell'equatore. Il resto della costruzione resta uguale.

Metodo n° 2
(di Andrea Schonero del 1562)

Si tira una retta orizzontale AB (*fig. 5*) della lunghezza scelta opportunamente a seconda dei casi e della grandezza dell'orologio. Su questa retta dal punto A si eleva la perpendicolare AC; si costruiscono dal punto D sulla retta DA e dal punto A sulla retta AC, gli angoli ADC pari alla latitudine del luogo, e CAE pari all'altezza dell'equatore. Nel caso della figura l'angolo di latitudine è di 42°; le rette CD e AE si tagliano ad angoli retti; AD rappresenta il piano orizzontale; AC il piano verticale; AE il piano dell'equatore; DC l'asse del mondo, ovvero l'assostilo, e DAC lo stilo intero, cioè il "triangolo stilare".

Dal centro F, e con intervallo FA, si descrive una circonferenza che si divide in 24 parti uguali per le ore riportando la numerazione delle parti come mostrato in figura. Per questi punti si tirano delle rette parallele alla CD di cui la BE risulterà tangente al cerchio nel punto E e le altre incontreranno la BA nei punti BGHFKLDMNOPQ.

Fatta questa costruzione, l'orologio solare orizzontale si realizza così: dal centro a (*fig. 6*) si descrivono due cerchi concentrici, uno con il raggio ab o ac uguale ad AF o a FE (della figura precedente), l'altro con il raggio ad o ae uguale a AD o DB (sempre della figura precedente). Si porta sulla circonferenza del cerchio piccolo, incominciando dal punto 12, le suddivisioni 12, 11, 10, ecc. semplicemente suddividendo con un goniometro il cerchio in 24 parti uguali (spicchi di 15° ciascuno) e sul diametro ed del cerchio maggiore, a cominciare dal centro a, si prendono le af e ag; ah e ai; a 12 e a12, ak e al; am e an, uguali rispettivamente alle DL o NM; DK o DN; DF o DO; DH o DP; DG o DQ della prima figu-

fig. 4

fig. 5

fig. 6

ra. Dai punti a, f, h, ecc., si tirano le perpendicolari su ed; e dal punti 1e 11; 2 e 10, 1, 3, e 9 della circonferenza del cerchio piccolo si tirano le parallele a ed, che incontreranno le perpendicolari nei punti XI, X, IX,ecc. Le rette tirate dal centro a e per i punti XI, X, ecc., sono le linee orarie dell'orologio orizzontale, di cui il centro è a; la meridiana ae; il punto che guarda il Nord e.

A mio parere è questa una delle più complicate costruzioni grafiche per realizzare un semplice orologio solare orizzontale. Ciò comporta naturalmente anche un elevato grado di imprecisione nei disegni, soprattutto nella pratica esecuzione.

Una semplificazione di questo procedimento grafico può essere la seguente[1]:

Non è necessario disegnare la figura con l'analemma. Infatti, descritta la linea meridiana AB (*fig.7*), si tracciano i due cerchi concentrici, di cui quello piccolo avrà un raggio uguale all'altezza dell'ortostilo e quello grande un raggio pari alla lunghezza dell'assostilo. Si suddividono entrambi i cerchi in 24 parti, cioè in archi di 15° ciascuno, quindi si procede così. Per le suddivisioni del cerchio piccolo (interno) si condurranno le parallele alla linea meridiana; per le suddivisioni del cerchio grande (esterno) si condurranno le perpendicolari alla meridiana. Parallele e perpendicolari si incontreranno nei punti 1, 2, 3, 4, 5.... ecc.; congiunti questi punti con il centro a, si ottengono le linee orarie cercate, da una parte e dall'altra della linea meridiana.

Anche se in parte semplificata, questa costruzione è comunque sconsigliabile per i numerosi errori che possono comportare le varie fasi del disegno. Il Fantoni dice che questo metodo verrebbe attribuito ad un meridianista inglese, James Ferguson, vissuto nel XVIII secolo, ma non ha elementi per confermarlo. Da parte nostra potremmo cercare di avvalorare ancora di più questa ipotesi in quanto siamo in grado di dire che la costruzione forse originale di Ferguson si trova nell'Enciclopedia di Diderot, precisamente nel Supplemento, pubblicato nel 1778. Il redattore dell'articolo specifica che que-

fig. 7

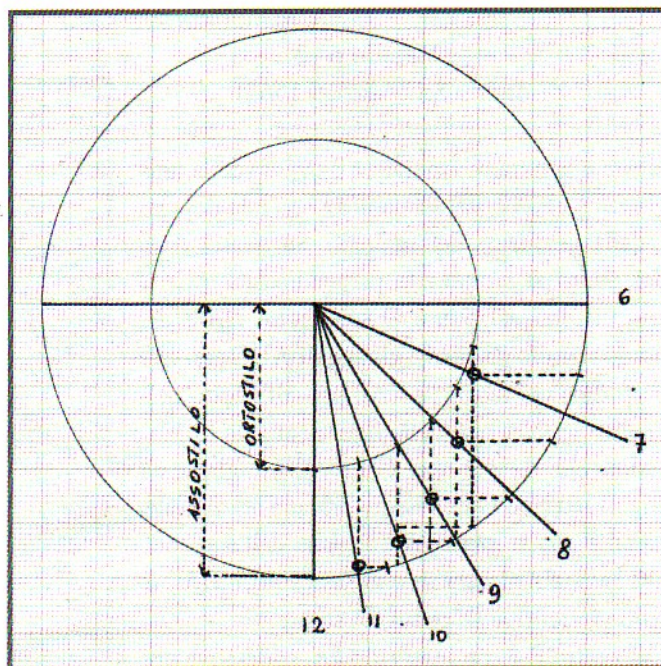
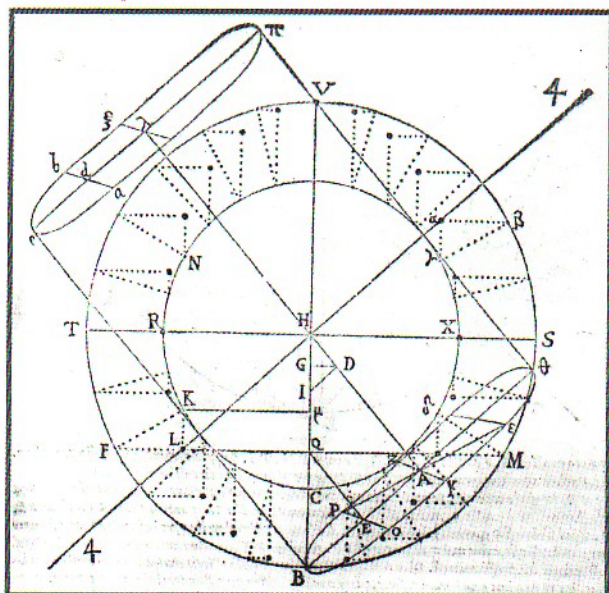



fig. 8

sto metodo è stato ripreso da un'opera di un meridianista inglese molto noto all'epoca ed è quindi molto probabile che si tratti proprio di Ferguson. Ma l'invenzione di questo metodo, invece, è da attribuire allo gnomonista Andrea Schonero che ne ha dato una prima descrizione nella sua "Gnomonices" del 1562. È Cristoforo Clavio che ne dà notizia nella sua "Gnomonices libri octo"[2], nel 1581.

Egli, in quella sua vastissima opera sulla gnomonica, riporta quattro o cinque metodi per costruire l'orologio solare orizzontale ad ore astronomiche, tra cui anche il metodo classico che si è visto all'inizio, cioè quello di prendere i punti orari sulla linea equinoziale, dividendo il cerchio dell'equatore in spazi uguali di 15° ciascuno. Peraltro egli si serve della costruzione dell'analemma di Tolomeo per fare ciò. Il metodo qui descritto, invece, risulta essere nuovo anche a Clavio il quale specifica che non fu mai tentato da nessuno prima di allora ("novam illam quidem à nemine antea tentatam").

La costruzione che egli ricava direttamente dal libro di Schonero, è rappresentata nella *fig. 8*.

A parte qualche variante costruttiva, i punti orari delle linee orarie si ottengono sempre tirando le parallele e le perpendicolari ai diametri dei due cerchi concentrici, proprio come specificato prima. La stessa costruzione e, addirittura là stessa figura, la si ritrova in J. Ozanam, nelle sue "Recreations Mathematique et Physique" del 1736, pag.9, salvo che egli denomina questo metodo come "descrivere un quadrante orizzontale per mezzo di un'ellisse, senza avere bisogno di trovare i punti orari sulla linea equinoziale". In effetti, osservando bene la figura, se si congiungono tutti i punti orari trovati dalle intersezioni, al di sopra e al di sotto del centro orario, si ottiene proprio un'ellisse. In Ozanam si ritrovano anche alcuni metodi già descritti da Clavio e ciò dimostra come lo gnomonista francese abbia studiato gli autori di gnomonica del passato, senza tuttavia riferire espressamente di loro, ad eccezione di qualche raro caso.

Metodo n° 3

(Metodo dei punti orari sulla linea equinoziale - C. Clavio, 1581)

Per questo metodo, forse il più semplice, si potrà usare quasi esclusivamente il compasso. Fu già descritto da Pierre De S. Marie Magdleine nel suo Traitè d'Horlogiographie del 1691, ma lo si ritrova in Cristoforo Clavio.

Tracciata la linea meridiana AB (*fig. 9*) si costruisce il solito triangolo stilare, ovvero il ribaltamento di questo sul piano dell'orologio. Oppure, scelto il punto V della linea meridiana nel quale si impianta l'ortostilo, si esegue il ribaltamento ottenendo VU pari all'altezza del-

fig. 9

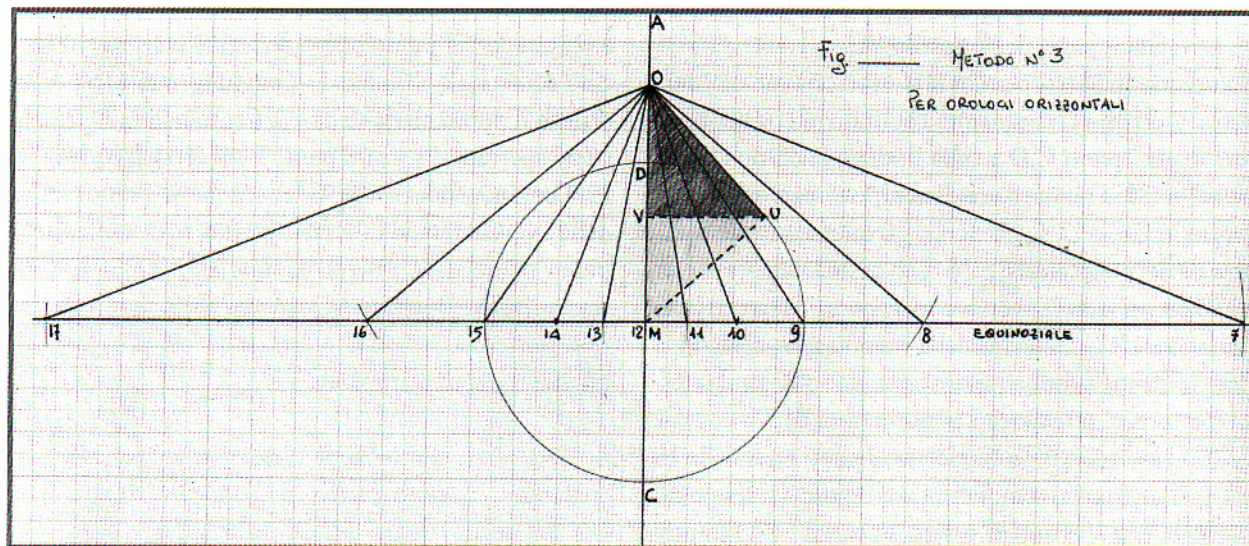
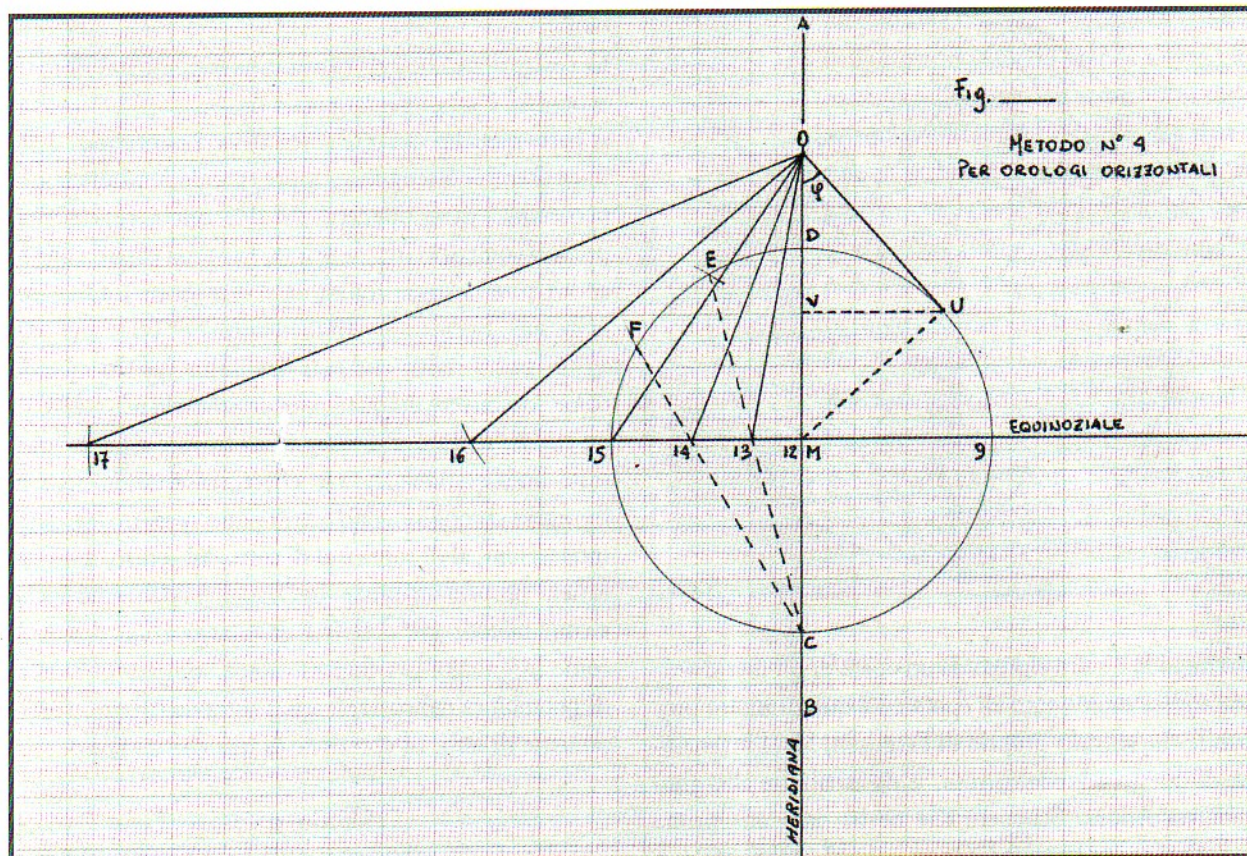



fig. 10

l'ortostilo a piacere. Da V si innalza verso la linea meridiana una semiretta UO con l'angolo VOU pari alla latitudine del luogo, ciò che si fa con un goniometro. La perpendicolare ad OU, calata da U, individua sulla linea meridiana il punto M per il quale passa la linea equinoziale Q perpendicolarmente alla linea meridiana.

Il triangolo stilare può essere costruito anche in questo modo. Tracciata la linea meridiana, si sceglie il punto O come centro dell'orologio e centrando su questo un goniometro si traccia una semiretta che faccia un angolo con la linea meridiana pari alla latitudine del luogo. Gli sceglie il punto U del vertice dell'assostilo a piacere e da questo si cala la perpendicolare alla linea meridiana trovando il piede dell'ortostilo VU.

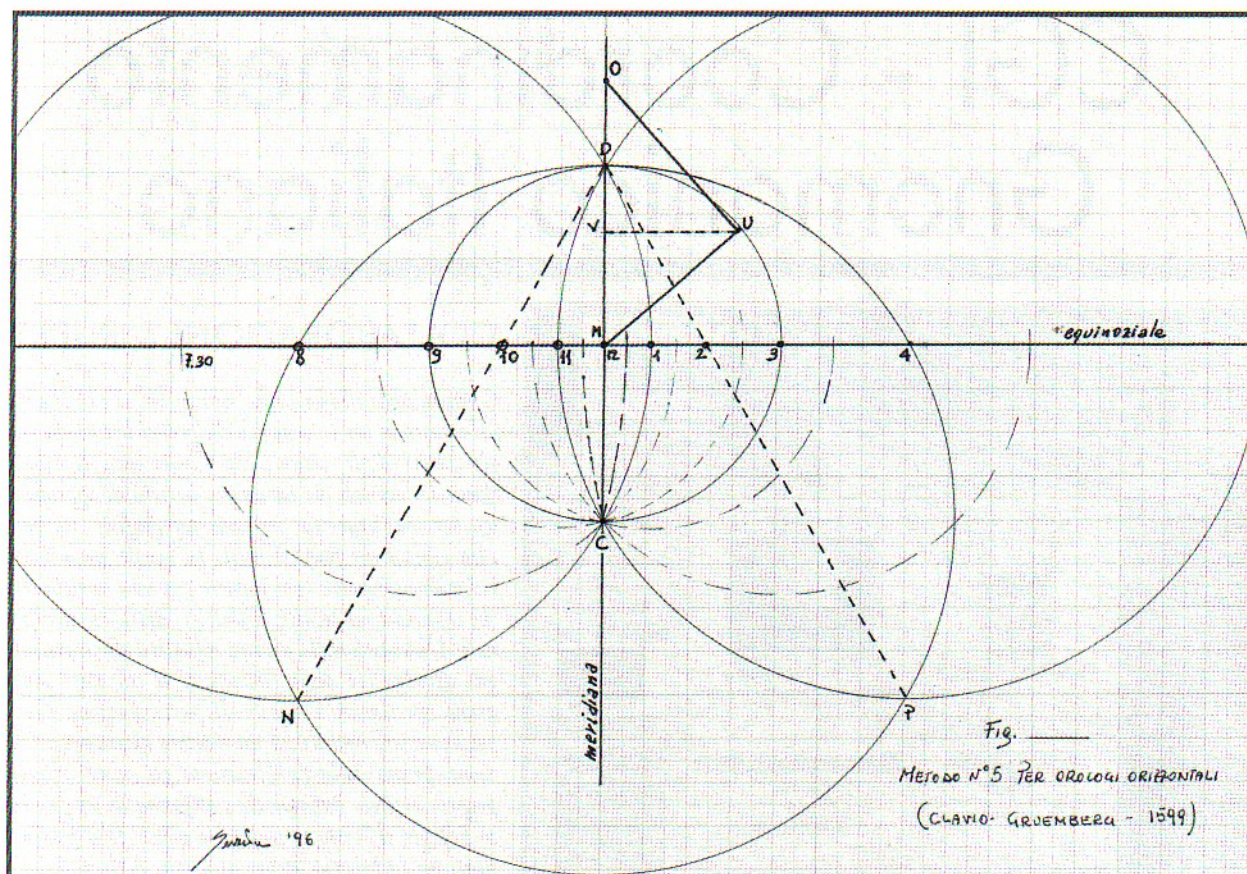
Con centro in M ed apertura MU, si traccia con un compasso il cerchio dell'equatore che individua sulla linea meridiana i punti C,D e sulla linea equinoziale i punti orari 9 e 15. Con apertura di compasso pari a CD, con centro in C o in D, si ottengono gli intercetti sulla equinoziale dei punti orari 8 e 16. Con la stessa apertura pari a CD, centrando in 16 si ottengono gli intercetti dei punti orari 17 a sinistra della meridiana e delle 11 a destra; mentre centrando sul punto orario 8, con la stessa apertura, si ottengono i punti orari delle 7 a destra e delle 13 a sinistra della meridiana. I punti orari delle 10 e 14, si ottengono semplicemente centrando nel punto orario 8, con apertura di compasso pari a 8-O (centro orario), per il punto delle 14, e centrando in 16, con la stessa apertura, per quello delle 10. Gli stessi punti delle 10 e 14 si possono ottenere tenendo presente che la loro distanza dal punto M è 1/3 della distanza che separa M dal punto orario 8, o 16.

Metodo n° 4

(variante del metodo n° 3)

Si effettua la stessa costruzione precedente ottenendo il ribaltamento del triangolo stilare attorno alla linea meridiana AB (*fig. 10*). Si costruisce il cerchio dell'equatore con raggio MU che intercetta già sulla linea equinoziale i punti orari delle 9 e 15. Con apertura MU e centrando nel punto orario delle 15, si segna sul cerchio equatoriale il punto E. Congiungendo E con C si ottiene il punto orario delle 13. Centrando in D, con la stessa apertura si segna il punto F sul cerchio equatoriale. Congiungendo F con C si ottiene il punto orario delle 14. Centrando in F, con apertura MU, si ottiene il punto orario delle 16 sull'equinoziale. Oppure, centrando in D e apertura CD, si ottiene lo stesso punto. Con stessa apertura CD e centrando nel punto 16, si ottiene il punto orario delle 17.

Le linee orarie si ottengono congiungendo i punti orari trovati con il centro orario C dell'orologio. I punti orari che stanno alla destra della linea meridiana, sono sim-

fig. 11

metrici e quindi hanno eguale distanza dal punto M. Comunque, essi possono essere ottenuti ripetendo le stesse operazioni nella parte destra del cerchio equatoriale. Le linee orarie delle 16 e delle 18 coincidono con la retta "alba-tramonto" e sono quindi parallele alla linea equinoziale. Esse passano per il centro orario O. Le linee orarie delle 5 e delle 19 possono essere ottenute sempre prolungando le linee orarie delle 17 e delle 7.

Metodo n° 5

(Metodo C. Clavio, 1599 - J. Ozanam, 1736 - Gruemberger)

Questo metodo è forse il più preciso tra quelli geometrici in quanto prevede la costruzione con il solo ausilio del compasso. Fu descritto per la prima volta da Cristoforo Clavio nel suo libro "Horologiorum nova descriptio", pubblicato a Roma nel 1599. Fu poi ripreso da Ozanam e successivamente da Gruemberger [3]. In effetti, si tratta di un perfezionamento del metodo n° 3. Facendo riferimento alla *fig. 11*, si ha la linea equinoziale e la linea meridiana, il centro orario O, l'assostilo OU, l'ortostilo VU, e il cerchio dell'equatore C9D3, con raggio MC = MU.

Questo metodo stabilisce le seguenti eguaglianze:

12C = 12-9 = 12-3;
9-3- = C8 = C4 = 4-5 = 4-11 = 8-7 = 8-1

Costruzione:

centrando in M ed apertura MC, si ottengono a destra e a sinistra i punti orari 3 e 9. Centrando in C ed apertura CD, si ottengono i punti orari 8 e 4. Centrando in 8, ed apertura CD, si ottengono i punti orari 7 ed 1. Centrando in 4, stessa apertura, si hanno i punti 5 e 11. Congiungendo i punti d'intersezione P ed N con D si hanno i punti delle 10 e delle 2.

I punti orari delle mezz'ore si ottengono centrando successivamente nei punti 1-3-5-, 11-9-7 con apertura pari alla distanza che essi hanno rispettivamente dal punto M. I punti dei quarti d'ora si ottengono allo stesso modo centrando però in tutti i punti delle mezz'ore con raggio uguale alle rispettive distanze che hanno da M.

Tale metodo è denominato da Ozanam in questo modo: *"Costruire un quadrante orizzontale regolare con due sole aperture di compasso"*.

Bibliografia

[1] G. Fantoni, Orologi Solari, Technimedia, Roma, 1988, pag. 313
[2] C. Clavio, Gnomonices libri octo, Romae, 1581, pag. 149-152, linea 9-10
[3] crf. C. Pasini, Orologi solari, 1900, pp. 41-42-43

Gnomonica Italiana

Rivista di Storia, Arte, Cultura e Tecniche degli Orologi Solari

n° 3 - Ottobre 2002

Spedizione in abbonamento postale 45% - Milano Art. 2 - Comma 20B - Legge 662/96 - 10,00 €

In questo numero: Silvano Bianchi Le armi ...del tempo - **Carlo Croce** Orologio solare con cannoncino - **Mario Arnaldi** La collezione di strumenti gnomonici custodita nella Biblioteca Classense di Ravenna - (seconda parte) - **Gianni Ferrari** Una delle più antiche raffigurazioni di una meridiana - **Nicola Severino** Antiche pagine di gnomonica - **Gianni Ferrari** Lo Shadow Sharpener - **Alessandro Gunella** Il birapporto armonico - **Fabio Savian** Uno gnomone conico universale - **Edmondo e Massimo Marianeschi** Un materiale per quadranti gnomonici - **Carmen García-Frías Checa - Bruno Moreno - Manuel Maria Valdés** Meridiane negli appartamenti reali del Monastero di San Lorenzo dell'Escorial disegnate da J. Wendlingen S. J. nel 1755 - **Silvio Magnani** Ore di Sole per sciatori

Antiche pagine di gnomonica

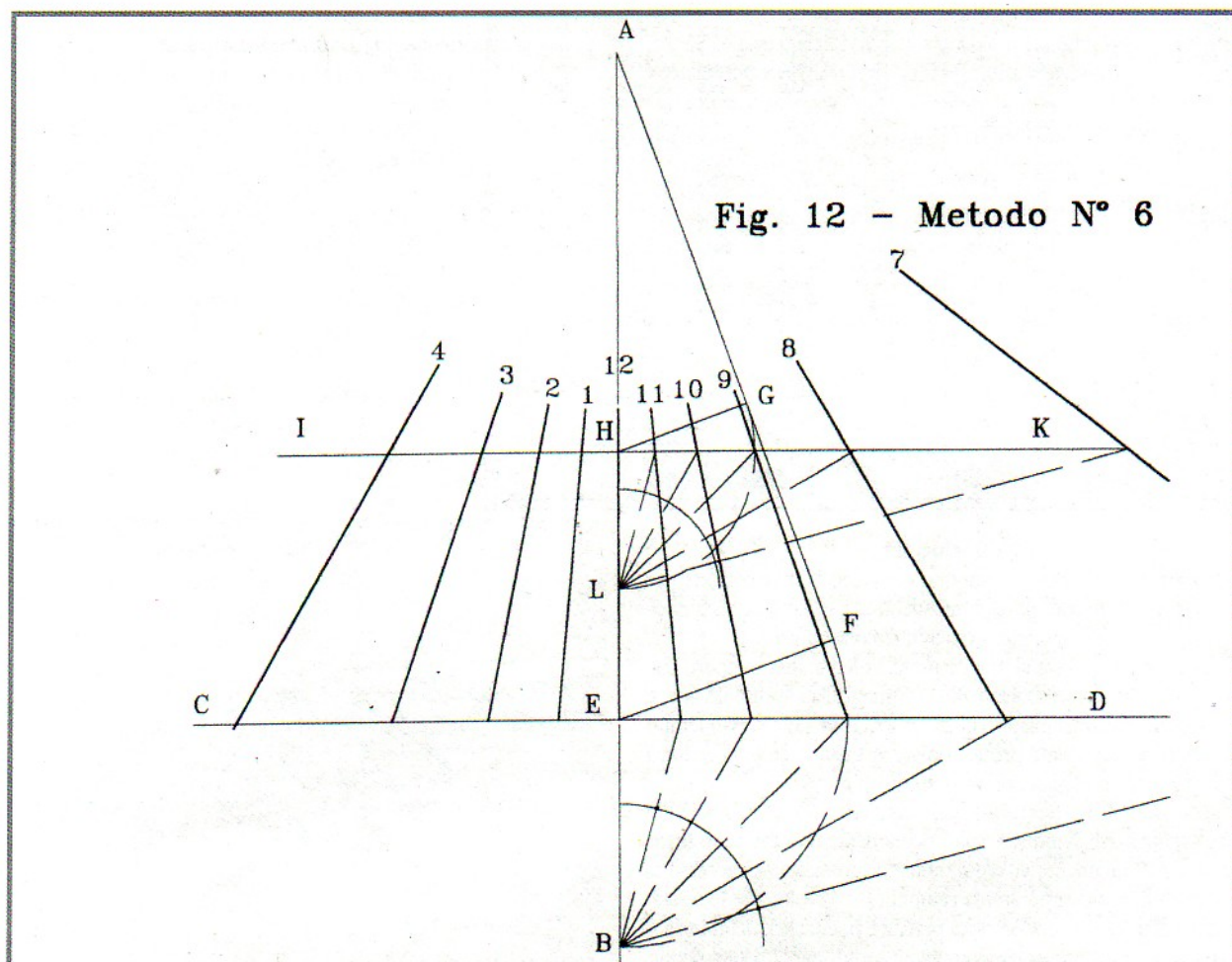
Metodi grafici alternativi per la costruzione dell'orologio solare orizzontale. (Terza parte)

di Nicola Severino

Nota: questa rubrica nei due numeri precedenti aveva il titolo: Gnomonica popolare. Si è ritenuto giusto modificare tale attribuzione, sia perché quanto si espone deriva da teoremi della Geometria a volte piuttosto complessi, sia perché la maggior parte dei metodi illustrati è tratta da testi classici della Gnomonica (Clavius, Schoner, Ozanam ecc..) che si rivolgevano ad un pubblico di una certa cultura. Sono metodi semplici da applicare, ma basati su un solido impianto geometrico.
L'esposizione che segue è per lo più derivata dalla traduzione di testi di vari periodi, per cui è possibile che metodi apparentemente diversi siano di fatto dei doppioni.
Si è deciso di aggiungere un breve commento espositivo, necessario soprattutto quando si invocano principi non troppo noti.

Metodo n° 6 (descritto da C. Clavio, 1581)
Adatto per latitudini modeste

Nota: il metodo si presta, con i dovuti adattamenti, soprattutto per orologi su superfici, verticali o inclinate, molto declinanti: gli orologi solari, in questi casi, hanno l'angolo sostilare piuttosto modesto, per cui il centro dell'orologio si trova molto lontano dal quadrante.

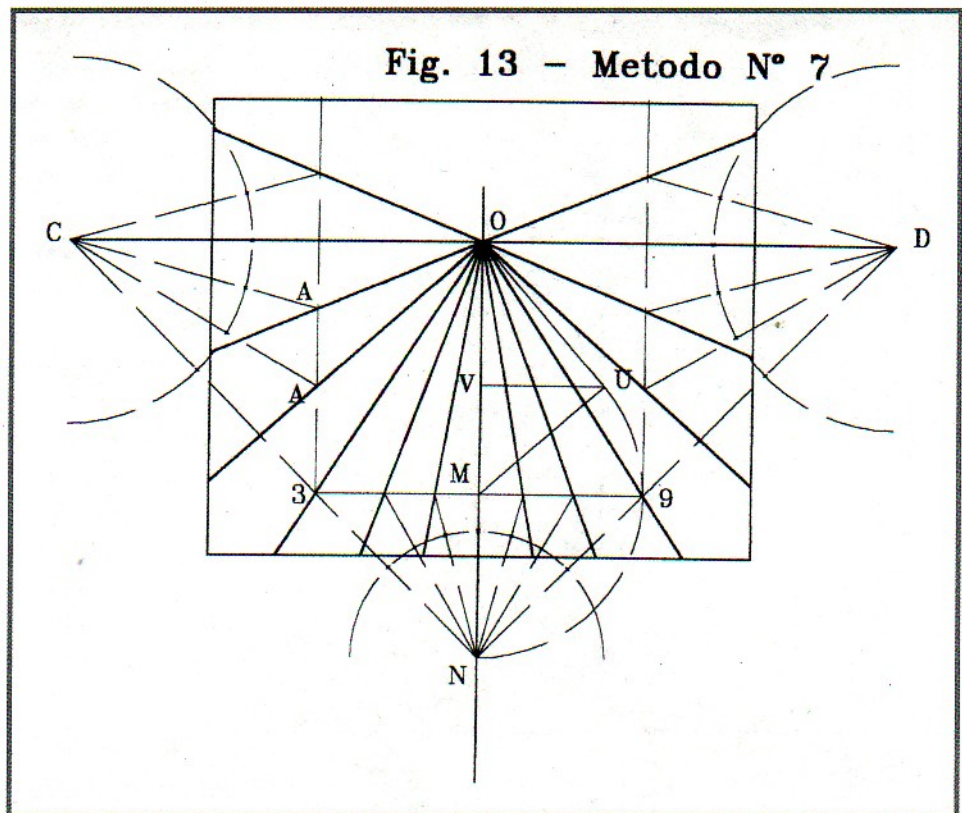
Con riferimento alla *fig.* 12, AB è la linea meridiana, A il centro orario, AF l'assostilo, FM l'ortostilo. Nel disegno illustrativo l'angolo di latitudine HAF è assunto pari a circa 20° per non ingigantire la figura, perché si vuole mantenere la presenza del Centro orario A, anche

se ci interessa solo la parte centrale di essa. Il procedimento è quello visto al metodo n° 1, ma lo si ripete anche per un'altra linea, la IK, in modo da ottenere due punti orari per ogni linea oraria. Si ruota il segmento FE sulla linea meridiana, ottenendo EB. Centrando in B si descrive un arco di cerchio che si suddivide, come al solito, in archi di 15° ciascuno (nella figura l'operazione è fatta solo per la parte destra). Prolungando le linee tirate da B per i punti di suddivisione, si ottengono i punti orari sulla equinoziale CD.

Sulla perpendicolare FA (l'assostilo) alla FE si trova il punto G (è uso prendere FG circa uguale ad FE) da cui si traccia la perpendicolare GH, fino alla linea meridiana; su di essa a partire da H si stacca il segmento HL uguale a GH. Centrando in L si ripete l'operazione già fatta per il punto B. Si ottengono così i secondi punti orari sulla linea IK, parallela alla equinoziale, passante per H. Le linee orarie sono le rette passanti per i punti orari trovati e per il centro A.

Se ben eseguita questa costruzione permette di raggiungere una precisione maggiore in quanto si hanno a disposizione due punti orari per ogni retta. L'operazione ha però una sua ragione logica nel caso in cui il punto A sia talmente lontano da non essere agevolmente congiunto con i punti orari sulla CD.

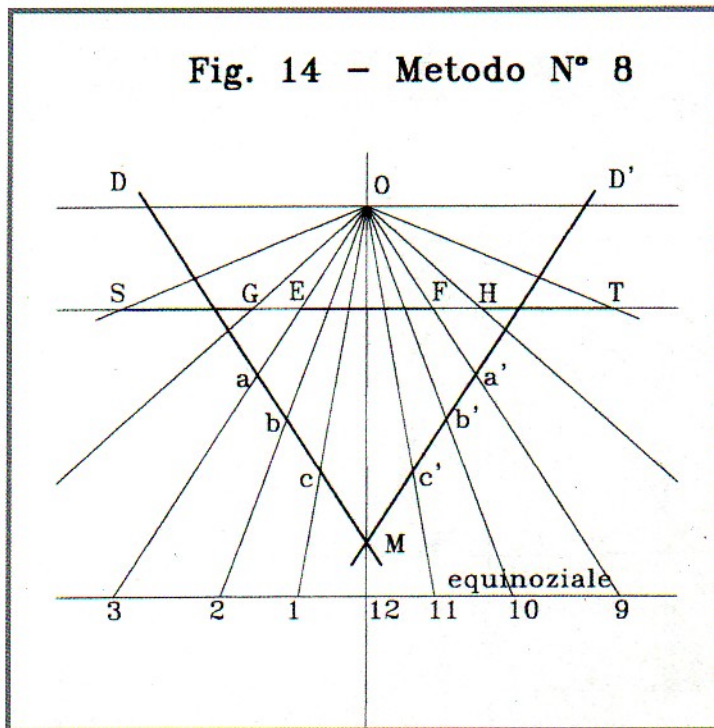
Metodo n° 7
(descritto già da C. Clavio e da A. Schonero)

Nota: Il metodo è valido per gli orologi orizzontali e verticali non declinanti; esso è utile per tracciare correttamente le linee orarie estreme (soprattutto quelle delle 5 e delle 7)

Costruito il triangolo stilare (*fig. 13*) OUV sulla linea meridiana AB e il punto M per il quale passa la linea equinoziale, si trasporta, al solito, la distanza UM sulla linea meridiana, ottenendo il punto N. Centrando in N si traccia un semicircolo che si suddivide in 6 archi di 15° ciascuno. Si ottengono così i punti orari delle 3, 2, 1; 11, 10 e 9 sulla linea equinoziale. Prolungando le tracce di N3 ed N9, si avranno gli intercetti C e D sulla linea orizzontale delle 6, passante per il centro orario O. Centrando successivamente in C e in D, si tracciano altri due semicerchi anch'essi suddivisi in sei settori di 15° ciascuno. Dai punti 3 e 9 si tirano le parallele alla linea meridiana. Prolungando le suddivisioni dei cerchi tracciati, si ottengono su queste due linee gli altri punti orari cercati. Da notare come le due distanze OM, MN si ripetano sulla CO, ma in senso "contrario".

Metodo n° 8.
Altra maniera di tracciare le linee orarie estreme quando i punti orari sulla equinoziale sono fuori dal quadrante.

Può capitare nella pratica che le linee orarie più esterne, cioè quelle delle 17 e delle 7, intercettino la linea equinoziale fuori dal quadro entro il quale si deve disegnare l'orologio. Per ovviare a questo inconveniente ci sono alcuni metodi, uno dei quali può essere il metodo precedente n°7.

Un buon metodo è il seguente[1], applicabile per gli orologi orizzontali o verticali non declinanti: con riferimento alla *fig. 14*, si traccia una parallela alla equinoziale, relativamente vicina al punto O. Si prende la distanza EF compresa tra i punti d'intersezione delle linee orarie 15 e 9 sulla parallela all'equinoziale, e la si ripor-

[1] Per questi metodi si veda G. Fantoni, *Orologi Solari*, Technimedia, Roma, 1988, pp. 316-317-318

ta da G verso sinistra e da H verso destra, individuando rispettivamente i punti S e T per i quali passeranno le rette orarie delle 17 e delle 7.

Il principio geometrico su cui si basa il metodo va trovato nella fig. 11 del metodo N° 5, illustrato nel numero precedente di Gnomonica Italiana, a pag. 63.

Nota: quello che segue è un altro metodo per tracciare le linee orarie estreme di un orologio; esso offre il vantaggio di essere applicabile su qualsiasi orologio, orizzontale, verticale, inclinato, declinante o meno, in quanto si basa sul seguente principio generale: una retta parallela ad un piano orario a taglia gli altri piani orari in punti siti a distanze simmetriche rispetto all'intersezione della retta con il piano orario b perpendicolare ad a, (spostato di 6 ore rispetto ad a).

Fig. 14: si può tracciare una linea parallela a quella delle ore 9, o delle ore 15, a seconda che si voglia operare a destra o a sinistra della linea meridiana; essa taglia il fascio delle linee orarie che attraversa nei punti *a, b, c.* Riportando verso D le distanze *ab* e *ac*, si ottengono i punti orari per i quali passano le rette orarie delle 16 e delle 17. Il metodo può essere applicato anche per altre coppie di linee, purché siano "scartate" di 6 ore.

Metodo n° 9 costruire un orologio orizzontale per mezzo di un orologio polare

Nota: nei testi del 500 e del 600 era uso degli autori disegnare gli orologi polari indicando anche la linea d'orizzonte GH, e la sua parallela passante per il punto S che è la intersezione del Primo Verticale con il piano dell'orologio. Un piano orizzontale passante per E contiene la EH, e taglia il fascio orario formando il grafico dell'orologio orizzontale, e così accade per il piano verticale che passa per E, e contiene la ES. Ne deriva la costruzione che segue, frutto di ribaltamenti dei piani suddetti.

La *fig. 15* mostra chiaramente come sia facile ottenere un orologio orizzontale da un orologio polare. Un orologio polare è costituito da un piano parallelo all'asse terrestre e quindi perpendicolare al piano dell'equatore. Una volta disegnate le linee orarie dell'orologio polare, si tira dal punto E, intersezione della linea oraria 9 con la linea equinoziale dell'orologio polare, la linea EM facente un angolo con l'equinoziale pari al complemento della latitudine del luogo (90° meno la latitudine). Per il punto M, intersezione della linea meridiana con la linea EM, si traccia una perpendicolare GH alla meridiana. Sulla linea meridiana, dal punto M, si prende il segmento OM pari ad EM, ottenendo così il centro orario O dell'orologio orizzontale. Le linee orarie di quest'ultimo si ottengono congiungendo i punti orari dell'orologio polare sulla GH con il centro orario O dell'orologio orizzontale. Allo stesso modo si può avere l'orologio verticale, se l'angolo che la SE fa con l'equinoziale si prende uguale alla latitudine del luogo.

Nota: la seguente descrizione può sembrare ovvia, visto che corrisponde di fatto al metodo più usuale per tracciare i grafici degli orologi. Tuttavia merita ricordare al lettore che l'operazione "di routine" corrisponde al ribaltamento di un orologio equatoriale. Le giustificazioni "geometriche" della correttezza del metodo sono quelle stesse valide per l'orologio polare.

Per ottenere l'orologio orizzontale da uno equinoziale si fa così. L'orologio equinoziale ha il piano parallelo all'equatore, e quindi la linea meridiana OA è perpendicolare alla linea delle ore 6-6. Le linee orarie sono facilissime da ottenere in quanto basta suddividere il cerchio equinoziale in 24 settori di 15° ciascuno. Sulla linea 6-6 si prende il punto E a una distanza a piacere dal centro dell'orologio equinoziale. Si fa l'angolo 6EM pari alla latitudine del luogo che, nel caso della figura, è stata scelta pari a 55°. Per M, incrocio, tra la linea 6-6 e la meridiana, si tira una perpendicolare alla linea meridiana e da M si riporta la distanza OM pari ad EM per ottenere, come sopra, il centro dell'orologio orizzontale. Infine, i prolungamenti delle suddivisioni del cerchio equinoziale, incontrano la perpendicolare alla meridiana passante per M nei punti orari che si congiungeran-

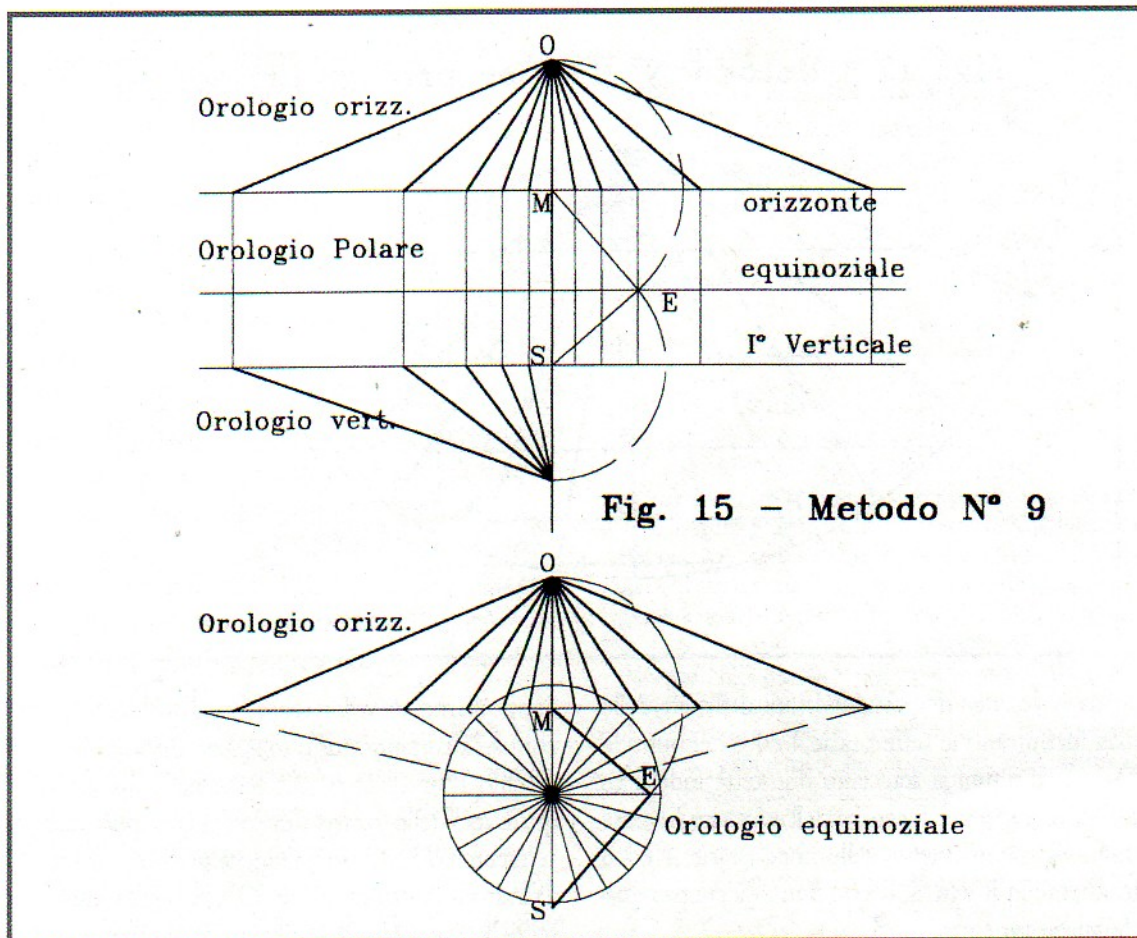



Fig. 15 – Metodo N° 9

no con il centro dell'orologio orizzontale.

Metodo n° 10
Anche questo valido quando i punti orari delle 5 e delle 7 si trovano troppo lontani sulla linea equinoziale

Nota: Questo metodo è una piccola "chicca" e il lettore che apprezza la geometria dovrebbe trovarlo particolarmente azzeccato. E' valido non solo per gli orologi orizzontali per i quali viene illustrato, ma per tutti gli orologi solari disegnati su un piano. Esso trova giustificazione in considerazioni circa le intersezioni fra retta e piani orari, considerazioni molto simili a quelle addotte per la seconda parte del metodo N° 8.

Quando i punti orari equinoziali delle ore 5 e 7 sono troppo lontani si applicano i criteri visti ai punti 7 ed 8. In aggiunta mi sembra interessante anche quest'altra soluzione, molto semplice ma ingegnosa. Costruito l'orologio orizzontale (*fig. 16*), escluse le ore 5 e 7, si pro-

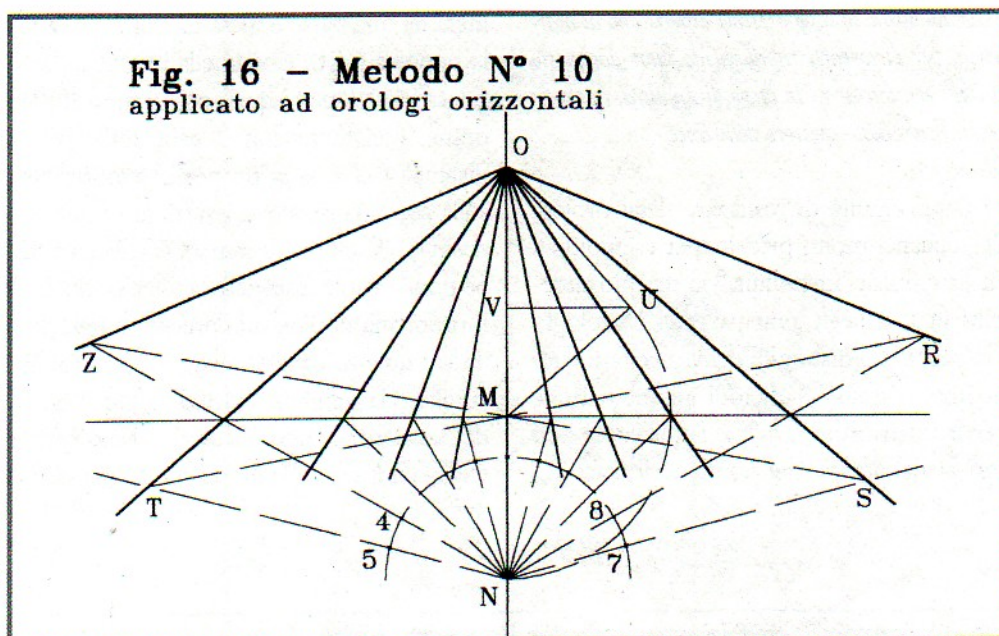
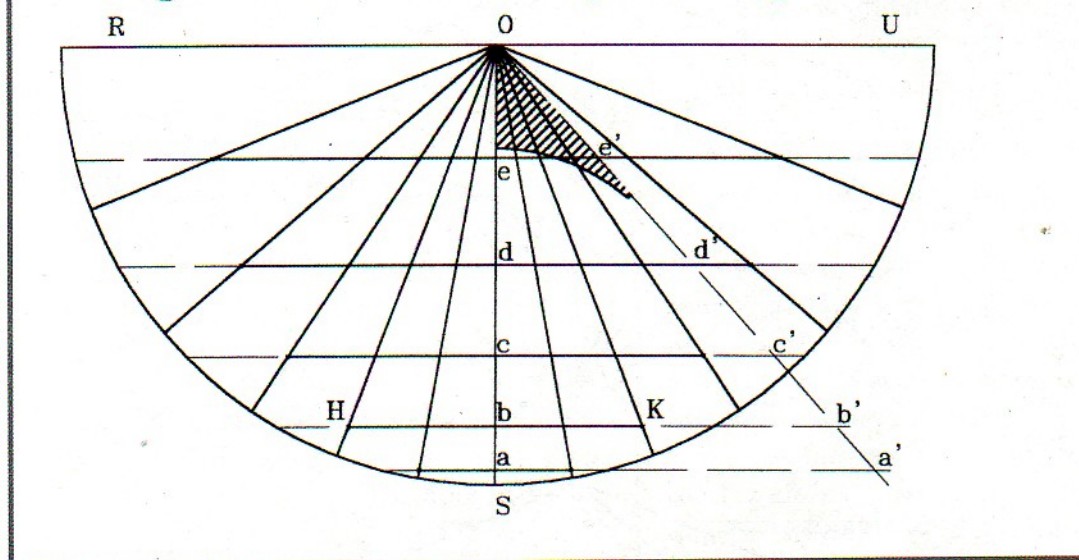



Fig. 16 – Metodo N° 10
applicato ad orologi orizzontali

lungano da N le linee delle suddivisioni delle 5 e delle 7, le quali incontrano le rette orarie 4 ed 8 nei punti T ed S. Da questi ultimi si tracciano due rette indefinite TM ed SM, passanti per il centro dell'equatore M: esse incontrano i prolungamenti delle linee orarie 4 ed 8 rispettivamente in R e in Z: sono i punti da cui passano anche le linee orarie cercate, 5 e 7.

Si può procedere in modo del tutto analogo se fosse necessario trovare le linee orarie 4 e 8, a partire dalla coppia 3 e 9.

Metodo n° 11 (quando il piano su cui si disegna l'orologio è molto piccolo)

Nota: Quello che segue è una applicazione del "poco errato", valido solo per le latitudini usuali dell'Europa centrale, ed appunto per questo l'autore J. Ozanam[2], noto matematico della fine del 600, ha scritto che va usato per orologi piccoli.

La costruzione si basa sul fatto che grosso modo fra 40° e 50° di latitudine le due quantità $1/\cos\phi$ e $2\sin\phi$ differiscono al massimo del 2% circa, per divaricarsi rapidamente fuori da questo campo; l'uso di una certa distanza in luogo di un'altra, in orologi portatili, è compensato dallo spessore delle linee.

A volte si ha l'opportunità di realizzare degli orologi solari su delle superfici molto piccole, per esempio su piccole pietre, (la classica "mezzaluna" in marmo, ardesia, ecc., molto in uso negli anni passati). L'orologio sfrutta tutta la superficie disponibile, ma per fare questo non sono molto d'aiuto i metodi geometrici che implicano, per la costruzione grafica, l'utilizzo di uno spazio esterno al quadrante che contiene il tracciato orario.

Supponiamo di voler realizzare l'orologio solare orizzontale sfruttando tutto lo spazio disponibile nel semicerchio RSU della *fig. 17.* Se si ha un piano di forma quadrata, delle stesse dimensioni, si può disegnare il semicerchio RSU, prendendo a piacere il diametro RU. Trovato il punto di mezzo O, OS sarà la linea meridiana delle ore 12, perpendicolare a RU. Poi si suddividono le quarte di cerchio ORS e OUS, ciascuna in sei parti uguali, corrispondenti ad archi di 15° ognuno, e si tracciano delle parallele a RU per i punti di tali suddivisioni, intersecando la linea meridiana nei punti *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Quindi si prende l'angolo SOa' pari alla latitudine del luogo e da O si tira la retta Oa' sulla quale si prenderanno le misure delle distanze dei punti orari da riportare sulle parallele. Essa viene intersecata dalle parallele nei punti *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, *e'*.

Si prenda ora la distanza O*e'* sulla Oa' e la si riporti metà da una parte e metà dall'altra, sulla prima parallela opposta a RU, cioè quella più vicina a S, trovando i punti I e XI per i quali passeranno le rispettive rette orarie, congiunte con il centro O. Poi si prenda la distanza O*d'* e la si trasporti, sempre metà per parte, sulla seconda parallela, trovando i punti delle II e X; e così via. (Esempio: il tratto O*d'* viene trasferito su HK)

Se non si vuole disegnare la linea equinoziale, non si ha il problema di dare una precisa lunghezza all'assostilo. Se si vuole disegnare anche le linea equinoziale, basta scegliere la lunghezza dell'assostilo (non troppo grande), e calare la perpendicolare dal suo vertice che incontrerà la linea meridiana nel punto per il quale passa l'equinoziale.

[2] J. Ozanam, *Cours de Mathematique, Traité de Gnomonique*, Paris, 1699 Tomo 5, pag. 55-56

Metodo n° 12 (costruzione dell'orologio orizzontale cominciando dai punti orari delle 5 e 7 sulla linea equinoziale)

Anche questo metodo, apparentemente originale, si basa su considerazioni geometriche che scaturiscono per esempio dalla fig. 11 a Pag. 63 del precedente numero di Gnomonica Italiana.

Ancora J. Ozanam, nell'opera citata, offre la possibilità di disegnare un orologio orizzontale cominciando dai punti orari delle 5 e delle 7 sulla linea equinoziale. L'utilità di questo metodo consiste nel fatto che quando si vuole costruire un orologio orizzontale in uno spazio limitato, si ha l'incertezza che i punti estremi delle 5 e 7 possano trovarsi troppo lontano sulla linea equinoziale. Del "problema" abbiamo già visto alcune facili soluzioni nei metodi precedenti, ma Ozanam propone di risolverlo a monte, cominciando la costruzione dell'orologio proprio dai i punti orari estremi sulla linea equinoziale.

Il procedimento è visibile nella *fig. 18*. Si traccia la linea equinoziale i cui punti estremi A e B si fanno combaciare con i rispettivi punti orari delle 5 e delle 7. Poi si trova il punto di mezzo O per il quale si tira una perpendicolare che rappresenta la linea meridiana. Assumendo come base la distanza AB, si costruisce sulla linea meridiana il triangolo equilatero ABC. Centrando in C, si descrive l'arco di cerchio ADB che taglia la linea meridiana in D che è il "centro divisore" della linea equinoziale, ovvero il "centro dell'equatore", da cui si fanno le suddivisioni di 15° per trovare i punti orari sulla equinoziale, come si è visto nei metodi precedenti. Per trovare il centro orario dell'orologio, si prende l'angolo ODH pari al complemento della latitudine e si prende la distanza OE, sulla linea meridiana, pari a DH. Sarà quindi E il centro orario. Il piede dello stilo può trovarsi in due modi. Si può descrivere un arco di cerchio con diametro OE e far combaciare sulla circonferenza il "raggio dell'equatore" OF, uguale alla linea OD. La perpendicolare da FG alla linea meridiana è l'ortostilo, mentre FE è l'assostilo.

In alternativa, si può prendere l'angolo FEG pari alla latitudine del luogo e tirare la FO, perpendicolare alla EF; la lunghezza di FO sarà uguale alla linea OD.

E' ovvio che, se durante la costruzione il punto C cade al di fuori del piano, si avrà cura di accorciare la linea equinoziale, finché non sarà possibile effettuare la costruzione del triangolo equilatero ABC.

ERRATA CORRIGE:

Nell'articolo "Gnomonica Popolare. Seconda parte" del n° 2 si segnalano due imprecisioni, che potrebbero deludere il lettore che si cimentasse nelle costruzioni grafiche descritte. Il lettore mi perdonerà, ma a volte la fretta è cattiva consigliera; inoltre questi metodi sono tratti per la maggior parte da testi di tre- quattrocento anni addietro, e l'interpretazione non è sempre facile.

Metodo N° 1 (*fig. 4*): le linee orarie escono dal punto H e non dal punto D. La spiegazione teorica di questo problema è piuttosto complessa, comportando considerazioni di carattere geometrico sul diagramma di Oughtred. Sarà oggetto di un articolo di uno dei prossimi numeri.

Metodo N° 3 (*fig. 9*): il metodo descritto è tratto da un testo francese: per trovare i punti orari 10 e 14 è possibile operare come descritto, senza sensibile errore, solo se si è alla latitudine di Parigi, e se l'orologio è verticale.

Altrimenti, un metodo "giusto" è quello illustrato dalla linea CF della *fig. 10*.

Nicola Severino

Fig. 18– Metodo N° 12
applicato ad orologi orizzontali

GNOMONICA ITALIANA

Rivista di Storia, Arte, Cultura e Tecniche degli Orologi Solari

N. 4 - Anno I, febbraio 2003

Spedizione in abbonamento postale 45% - Milano Art. 2 - Comma 20B - Legge 662/96 - 10,00 €

Antiche pagine di Gnomonica

Quarta parte.
«La Gnomonique est la partie la plus agréable des Mathématiques.», Jacques Ozanam, 1736.

di Nicola Severino

Come si è già detto altrove, negli orologi solari si usa riportare, oltre al tracciato orario, i paralleli di declinazione relativi alle date in cui il Sole fa il suo ingresso in ogni Segno zodiacale. In altre parole, si riportano usualmente le 'linee diurne', cioè le curve d'ombra corrispondenti al percorso del sole nel cielo in quei giorni: in tutto sette linee, compresa la linea equinoziale. Si tratta sostanzialmente, per le nostre latitudini, di iperboli con i bracci molto 'aperti'.
Nei moderni trattati di gnomonica, la progettazione delle linee diurne con metodi grafici viene ancora illustrata, ma sommariamente, più che altro per introdurre il metodo analitico, ritenuto più preciso e, ammesso che lo si faccia con un computer, più spedito.

Ritengo che sia giusto restituire alla memoria una rassegna, sommaria per motivi di spazio, di quello che è stato escogitato dagli autori antichi per la soluzione di questo problema. Ma si sottolinea che, fra i metodi proposti da autori come Clavio, S.cte Marie Magdeleine, Ozanam, Bion, Pardies ecc.., in pratica uno solo (con le sue varianti) dà risultati buoni a prezzo di procedimenti grafici non troppo complicati. In qualche caso sembra che gli autori si siano fatti prendere la mano dalla ricerca teorica, arrivando a concepire soluzioni grafiche (e ciò vale anche per alcune proposte del Clavio) che non vale la pena applicare, o per l'oggettiva complicazione, o per la scarsa qualità dei risultati, o per entrambe le cause.

Tutti i procedimenti hanno origine dalla constatazione (qualcuno direbbe che si tratta di una idealizzazione platonica) che il Sole nel suo moto apparente traccia ogni giorno un cono, con il suo raggio che colpisce il vertice dello gnomone. Alcuni autori del 5-600 osservano che il cono ha due superfici, una tracciata dal raggio di luce, ed una seconda dal raggio d'ombra, e quindi chiamano cono ombroso il cono che ci interessa al fine di tracciare le curve suddette; chi comperava i loro libri sovente non aveva una cultura molto elevata, e l'immagine 'aiutava' la comprensione. Oggi la definizione ha perso ovviamente d'importanza.
È evidente che i coni sono tanti quanti i giorni dell'anno; o meglio la metà dei giorni, perché i percorsi si ripetono due volte, all'andata ed al ritorno. Nei giorni di equinozio i raggi del sole sono ovviamente perpendicolari all'asse polare, e nei giorni di Solstizio formano un angolo di 23° e mezzo circa rispetto alla direzione all'equinozio.
L'idea del cono ha originato una figura (*fig. 1*), la cui costruzione può essere fatta risalire al Manaeus di Vitruvio, che è stata chiamata con i nomi più disparati dai vari autori: per esempio: 'Raggi dei Segni' (Clavio), 'Raggidico Solare' (G.B. Vimercato), 'Radio Orario', 'Triangolo dei segni', 'Raggio di Zodiaco', 'Trigono dei Segni' (vari autori del 6-700); Il Cantone (1688) lo chiama 'Radio solare'; alcuni autori francesi lo chiamavano 'Trigone'; recentemente, Fantoni ha proposto 'Settore delle Declinazioni', che dovrebbe essere il termine più aderente alla funzione.

Esso fu pure trasformato, già a partire dalla fine del secolo XVI, in uno strumento meccanico, che divenne un 'attrezzo da lavoro' per alcuni gnomonisti fino ai tempi nostri (ultimo della serie, Giacomo Agnelli da Brescia). Esso fu denominato 'Sciatere' e conobbe alcune versioni, più o meno fortunate (era ingombrante, e quindi amato più sulla carta che in pratica). In passato si usavano fili e cordini, oggi si usa il laser.
Un precursore dello strumento meccanico potrebbe essere una specie di globo traforato al cui interno si poneva una fiammella, illustrato da Daniel Barbaro nel suo libro sulla prospettiva del 1569; ma si ritiene che lo strumento vero e proprio sia stato pubblicato a stampa per la prima volta dal Clavio nel 1586 (*fig. 2*); Clavio dichiara però che l'invenzione è da attribuirsi ad un suo confratello, il gesuita spagnolo Ferreius. Quasi contem-

poraneamente uscivano a stampa le versioni del Galluci (simili al disegno di Clavio), che proponeva anche una soluzione semplificata, valida per una sola Latitudine, in considerazione dell'attività 'locale' dello gnomonista.

Figura 1: **il Trigono dei Segni.**

La costruzione 'classica' di questa figura è assai nota, e non si ritiene di dilungarsi nella descrizione: alcuni autori propongono direttamente e senza spiegazione alcuna gli angoli fra le semirette uscenti dal punto H, altri illustrano con maggior enfasi l'origine degli angoli stessi, o rifacendosi, correttamente, alla posizione del Sole sull'Eclittica, oppure tracciando il *manaeus*. Noi abbiamo preferito quest'ultima strada.

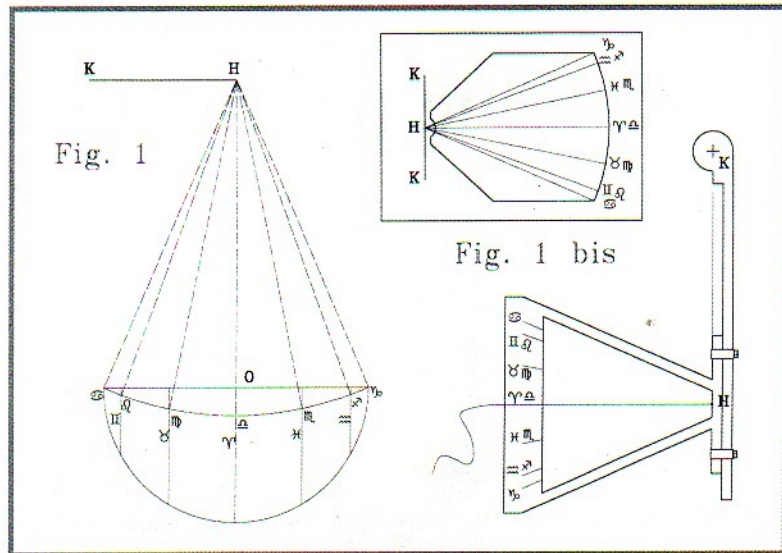
Una delle particolarità che vorremmo sottolineare, e che sovente i testi (soprattutto moderni) trascurano, è la presenza della linea HK, perpendicolare alla linea d'equatore HO: essa è un 'organo essenziale' dello strumento in quanto corrisponde allo stilo polare dell'orologio (in realtà è la materializzazione grafica dell'asse dei coni di declinazione). È possibile tracciare il Trigono su un foglio di carta, ed utilizzarlo per un numero indefinito di volte, trasferendo con il compasso i dati dal quadrante al Trigono e viceversa, o addirittura costruirlo in materiali più resistenti, ed utilizzarlo direttamente sulla superficie dell'orologio.

La figura 1/bis illustra le due varianti dello stesso strumento, in cartone o in metallo, proposte da Stengel (ediz. 1706) per questo secondo uso; le linee di declinazione sono fili di seta, da inserire nel settore rigido, o da tirare sulle tacche tracciate sulla superficie metallica. Analoghe costruzioni sono proposte da Cantone e da altri, chi consigliando lastre di ottone debitamente ritagliate, chi fili sottili.

Figura 3: **L'uso consigliato per il Trigono dei Segni (quando è disegnato sulla carta).**

La premessa teorica è che sui piani orari il triangolo formato dai vertici A, F e T_n (dove il punto T_n è un qualsiasi punto orario sulla equinoziale) è sempre un triangolo rettangolo in F, e che la retta FT_n corrisponde alla linea centrale HO del Trigono.

Si costruisca l'orologio, nelle sue linee essenziali: sono quindi presenti il triangolo gnomonico AFC sulla sostilare, le linee orarie, di lunghezza indefinita, e la linea equinoziale.

Sulla figura del Trigono dei Segni si riportino inizialmente

HK = FA lunghezza dello stilo polare

HO = FC distanza fra F ed il punto d'incrocio fra la Sostilare e la equinoziale.

Si ottiene un triangolo rettangolo che è la riproduzione del triangolo gnomonico dell'orologio. Si osserva quindi che KO è uguale alla distanza AC, e che la lunghezza FC è uguale a CG, dove G è il centro dell'orologio equinoziale usato per trovare i punti orari sulla equinoziale. Ovviamente la retta KO attraversa le linee di declinazione in sette punti. Si trasportino con il compasso le loro distanze sulla AC trovando i punti di vertice delle linee di declinazione.

L'operazione procede tracciando per esempio il trian-

golo HKM (dove M è il punto equinoziale T_{12}). L'operatore può scegliere due procedure del tutto analoghe: rileva sul quadrante la distanza GM, e la riporta sulla HO trovando il punto M; oppure rileva AM, e la riporta con il compasso a partire da K, fino ad incrociare la retta HO in M.

In entrambi i casi trova su HO lo stesso punto, da cui far passare una retta HM, corrispondente alla linea oraria delle ore 12. Su di essa individua sette punti (a, b, c, M, d, e, f) le cui distanze sono riportate sul quadrante; e così via, per ciascuna delle linee orarie.

Si procede quindi con continui trasferimenti da un disegno all'altro: si rilevano sul quadrante le distanze da riportare sulla HO, si tracciano le linee KO, KM, ecc. sul Trigono, e poi si trasferiscono dal Trigono le posizioni dei punti di declinazione.

Figura 4: **Traccianemto grafico diretto (metodo di Pierre de Sainte Marie Magdeleine)**

Pierre de Sainte Marie Magdeleine propone una variante alla applicazione illustrata sopra, variante di qualche interesse pratico. È un procedimento utile sulla carta, un poco meno sui muri. Esso è stato ripreso da altri autori, probabilmente per la semplicità didattica.

Disegnato l'orologio nelle sue linee essenziali, e disegnato il triangolo gnomonico AFC sulla sostilare, si costruisce il Trigono dei Segni con centro in F, utilizzando il raggio FC, debitamente prolungato, come linea equinoziale (corrisponde alla HO della figura precedente). Le linee tratteggiate della figura sono le linee di declinazione del Trigono. I punti in cui esse attraversano la sostilare sono già i punti di vertice delle curve di declinazione.

Si vogliano ora i punti di declinazione su una qualsiasi linea oraria; per ragioni illustrative qui si è scelta la sola linea delle ore 12: con il compasso (centro in A) si ruota la distanza AM fino ad incontrare la linea FC nel punto M_O.

Si traccia la AM_O, prolungandola ad incontrare tutte le tratteggiate nei punti a b c d e f.

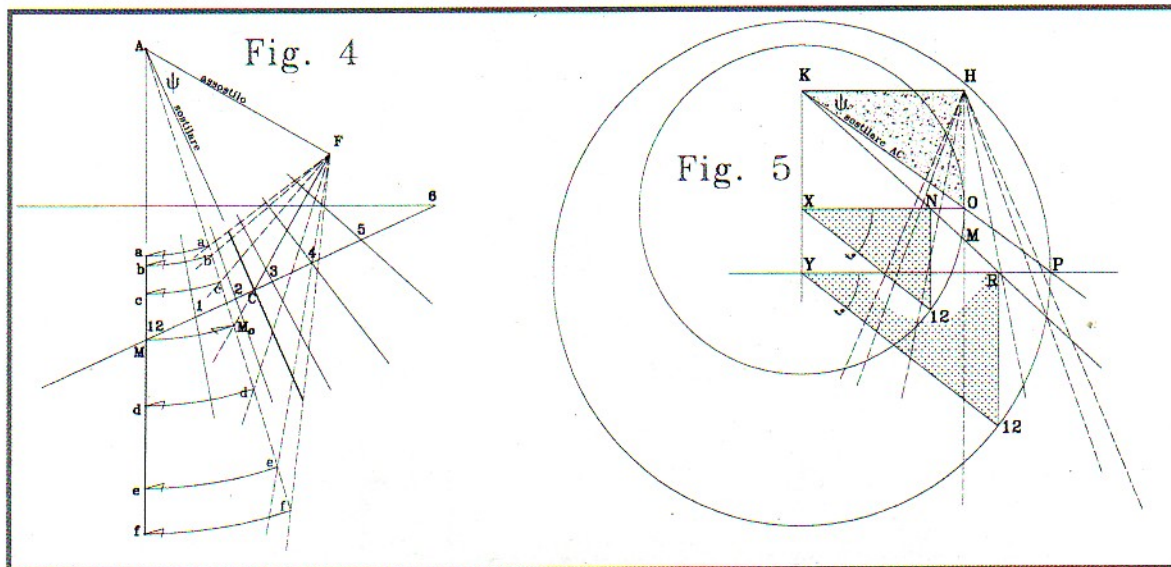
Con il compasso, centro in A, si trasportano Ac, Ad, Ae, ecc.. sulla linea oraria, trovando così i punti di declinazione cercati. Nella figura si sono indicati con frecce i trasferimenti da operare.

L'operazione termina qui, e va ripetuta per tutte le linee orarie; essa è evidentemente simile a quella descritta per la figura 3, ma presenta il vantaggio della compattezza e della facilità grafica. Inoltre è possibile procedere con una linea oraria per volta, cancellando via via le costruzioni precedenti.

È questo un metodo consigliabile a chi volesse costruire un orologio graficamente, ma usando il CAD.

L'uso del Trigono in metallo e fili di seta (*fig. 1/bis*), proposto da Stengel

Si tratta di una operazione assimilabile a quanto è proposto nel paragrafo precedente.

Si sovrappone lo strumento al triangolo gnomonico, in modo che i suoi punti K ed H corrispondano rispettivamente ad A e F, e si fissa con uno spillo il punto K

sul punto A.

Da questo momento, se si ruota lo strumento, il punto H percorre un cerchio con raggio pari alla lunghezza dello stilo polare.

Si ruoti ora lo strumento fino a quando un punto della retta HO si sovrapponga ad un punto orario T_n sulla equinoziale; i fili di seta dello strumento attraversano la linea oraria AT_n nei punti di declinazione cercati.

Evidentemente la ripetizione dell'operazione per tutti i punti del quadrante diventa molto rapida, e priva di incertezze grafiche. Qualche imprecisione è data dalla possibile parallasse fra i fili dello strumento e la superficie del quadrante.[1]

Figura 5: **Il tracciamento grafico delle linee diurne secondo il Clavio, 1581).**

Cristoforo Clavio, sempre nell'ambito dell'impiego del Trigono, ha introdotto una interessante rielaborazione del problema. Non risulta per altro che il metodo proposto sia stato adottato da altri autori dopo di lui.

Egli ha trovato la 'legge' matematica secondo cui si dispone sul Trigono il ventaglio delle linee trasportate dal quadrante: con riferimento alla figura 5, e rifacendoci alla parallela figura 3, vediamo di chiarire la sua scoperta.

Chiamiamo χ l'angolo sostilare e sia HK = 1. Si avrà $HO = \tan(\chi)$;

Poi, con riferimento alla figura 3, sia l'angolo CGM = tn (nel nostro caso $t_n = t_{12}$): se facciamo riferimento sempre alla figura 3, tenendo presente che CG = HO, si avrà $HM = GM = \tan(\chi) / \cos(t_n)$

Tornando alla figura 5, si tracciano KX parallela ad HO, e OX parallela ad HK. La linea KM attraversa OX nel punto N: confrontando i due triangoli simili KHM e KNX si ottiene: $XN = \cos(t_n)$

Conclusione: se si tracciano il cerchio di centro X (quindi KX = HO) e raggio XO, poi si inizia l'operazione riportando l'angolo NX12 = t_{12} (il triangolo punteggiato evidenzia l'angolo assunto) e partendo dal punto 12 si tracciano lungo il cerchio archi di 15°, è possibile tracciare direttamente sul Trigono tutte le linee corrispondenti alle linee orarie, evitando le fastidiose operazioni di trasferimento dal quadrante (si veda anche la successiva figura 6).

Clavio poi ha proposto di disegnare un cerchio più grande di raggio YP, dove P è un punto qualsiasi scelto sulla KO, ed YP è perpendicolare a KX. Il nuovo cerchio non è che l'ingrandimento di quello precedente, Y12 è parallela alla X12, ed il punto R è il corrispondente del punto N. Prendendo gli archi su un cerchio più grande la qualità del disegno migliora.

Si ottiene così la figura 6, che per chiarezza del disegno illustra l'operazione solo per le linee orarie a sinistra della sostilare. Sul cerchio di raggio YP si riporta l'angolo t_{12} a partire da YP, e si ottiene la rettaY12. Sulla circonferenza, partendo dal punto 12, si riportano archi di 15°, trovando i punti 11, 10, 9 da una parte, ed 1, 2, 3, ecc. dall'altra; si tracciano poi le perpendicolari alla YP, trovando altrettanti punti (come R) su quest'ultima. Infine si tracciano da K le linee come KR e su queste ultime si trovano le intersezioni con il Trigono, da riportare sul quadrante.

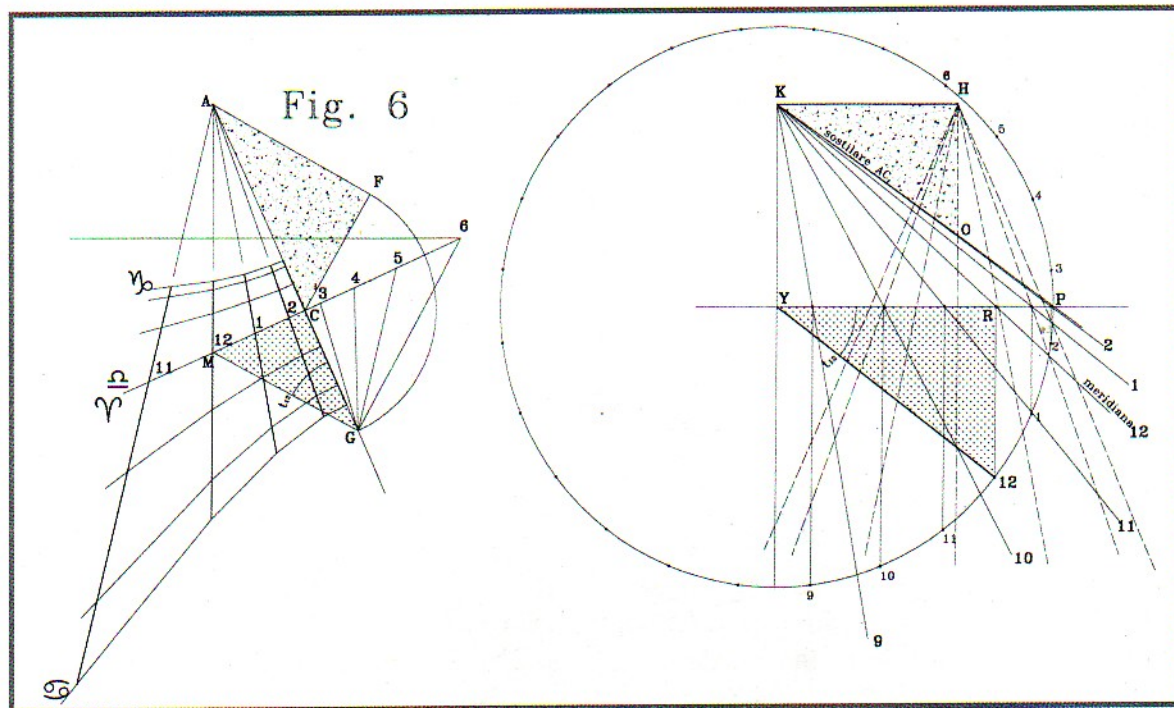
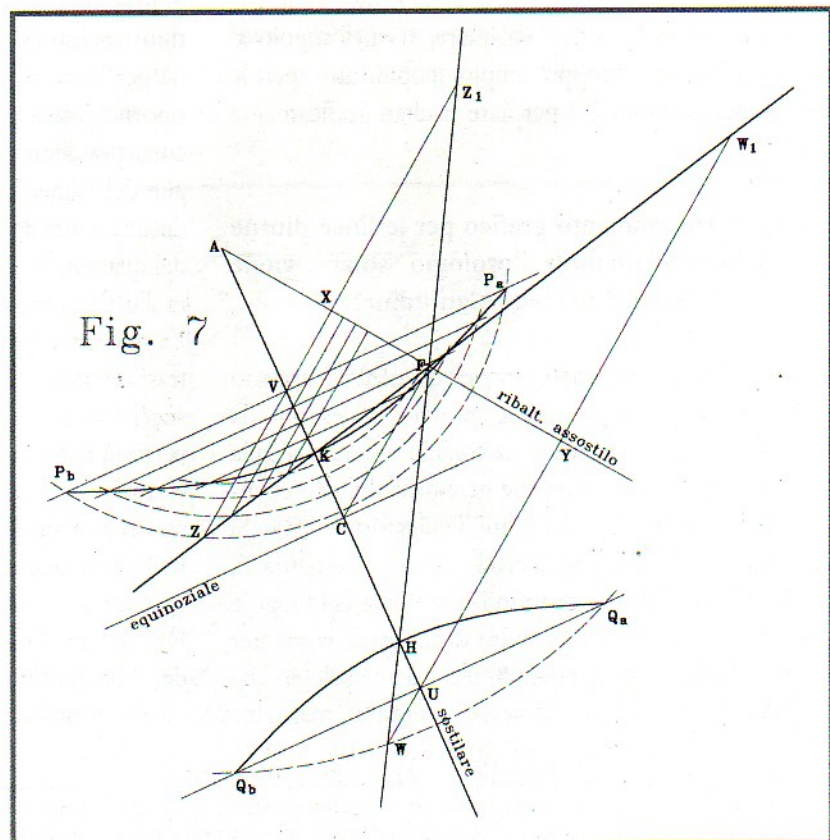
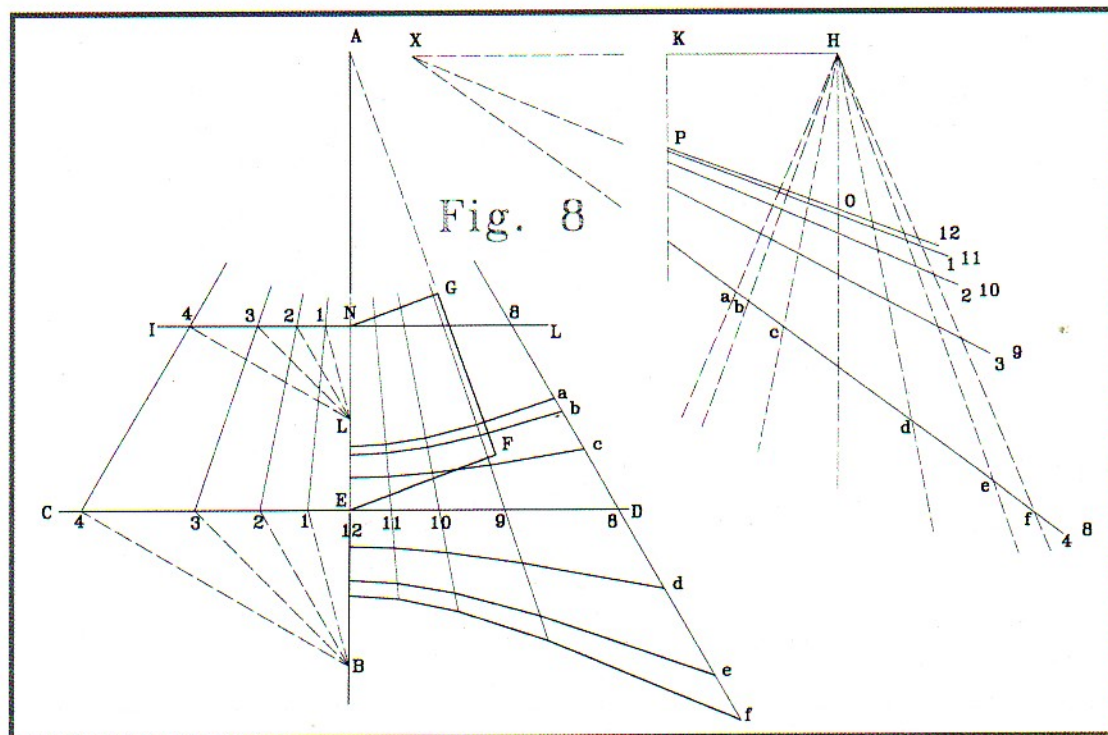
[1] Questo metodo è applicabile anche utilizzando una carta lucida da disegno tecnico sul quadrante disegnato in scala. Su di essa si disegna il Trigono: si fissa con uno spillo il punto K, e si fa ruotare il foglio intorno al centro A, segnando con un ago i punti di declinazione sulle linee orarie; è un metodo semplice e rapido.

Nonostante la semplicità delle operazioni pratiche, gli autori che vennero dopo il grande gesuita preferirono evitare di spiegare ai loro 'clienti' quanto si è spiegato qui sopra, per cui il metodo è caduto nell'oblio.

Figura 7: **Tracciamento grafico delle linee diurne (C. Clavio, 1581- Gnomonices libri octo)**

Per curiosità riportiamo uno degli altri metodi proposti da Clavio per disegnare le linee diurne: lo applichiamo per le sole curve dei solstizi, perché per le altre sorgono difficoltà pratiche di carattere grafico (è una delle ragioni per cui non ha avuto seguito?). Nella figura 7, AC è la sostilare, ed AFC è il triangolo gnomonico; le due linee FZ ed FW sono le linee estreme del Trigono. Se però cerchiamo di vedere con un occhio diverso la figura, i due triangoli FZZ_1 e FWW_1 ci danno la sensazione del cono sezionato lungo il suo asse. Inoltre ZZ_1 e WW_1 sono due diametri dei cerchi corrispondenti. Teniamo presente che abbiamo sezionato il cono lungo il piano sostilare, ma abbiamo anche ribaltato la sezione del cono di 90°, sopra il piano del quadrante.

I punti K ed H in cui le linee attraversano la sostilare sono evidentemente i vertici della iperbole. Prendiamo ora in esame il punto V in cui la retta XZ attraversa la sostilare: poiché è in realtà il cerchio ZZ_1 ad attraversare la sostilare in quel punto, una retta perpendicolare alla sostilare sarà la traccia del cerchio che 'penetra' nel piano dell'orologio. Per sapere quanto è lunga l'intersezione fra cerchio e piano, basta tenere presente che A si trova sia sull'asse del cono che sul piano, per cui la distanza AZ vale per tutti i punti del cerchio ZZ_1. Quindi basta tracciare l'arco di raggio AZ, per trovare i punti P_a e P_b.[2]

Analoga operazione si può fare sull'altro braccio con il

cerchio WW_1, che attraversa la sostilare in U, per trovare i punti Q_a e Q_b. Gli archi tratteggiati di costruzione hanno sempre centro in A.
L'operazione può essere ripetuta quante volte si vuole, considerando un certo numero di cerchi paralleli a ZZ_1 e a WW_1: il disegno illustra l'operazione meglio che le parole.

È comprensibile come il metodo abbia un valore puramente teorico, ed in pratica non abbia avuto seguito. Il 'difetto', se così lo si può chiamare, sta nell'angolo al vertice del cono, troppo ampio (soprattutto per le declinazioni intermedie) per dare risultati graficamente corretti.

Figura 8: **Tracciamento grafico per le linee diurne (A. Schoner) quando l'orologio solare viene costruito in luoghi con bassa latitudine.**

Questo metodo, ricordato ancora da qualche trattato del 6-700 ed oggi praticamente ignorato, fu descritto da Cristoforo Clavio, il quale a sua volta lo riprendeva dalle lezioni di Andrea Schoner che ne è probabilmente l'inventore, o almeno uno dei primi divulgatori del '500. Si tratta di una variante al metodo di cui alla figura 3, applicabile soprattutto quando la latitudine del luogo è molto bassa (o l'orologio molto declinante), come per esempio nel caso della figura 8, relativa all'orologio che era stato illustrato a pag. 24 del n. 3 di questo magazine (figura che si ripete qui per non rimandare il lettore al numero precedente). In quella sede si era spiegato come costruire le linee orarie ripetendo, in formato ridotto, i raggi uscenti da B.
La nuova distanza, in luogo di BE = FE, era NL = NG. Anche qui si usano criteri del tutto analoghi.
Poiché la lunghezza AF dell'assostilo è troppo elevata, si riporta sul lato HK la sola distanza HK = FG. Poi si traccia la KP perpendicolare ad HK.
Si prendono poi le distanze B12, B1, B2, B3, ecc. e si riportano su HO; successivamente si ripete l'operazione per le corrispondenti distanze LN, L1, L2, L3 ecc, riportandole a partire da K sulla KP. Unendo i punti corrispondenti sulle due rette, si ottengono le omologhe delle linee orarie, su cui si rilevano le distanze di declinazione, da riportare su ciascuna delle linee orarie del quadrante, a partire dalla linea equinoziale. La figura illustra come si fa.
La spiegazione del metodo è ovvia, perché non è che la trasposizione, per assostili troppo lunghi (il che può succedere ad orologi orizzontali alle basse latitudini, o verticali a quelle alte; ma anche alle nostre latitudini, ad esempio per orologi verticali declinanti di 70°), dello stesso metodo illustrato dalla figura 3. Basta immaginare il prolungamento, a sinistra di KP, delle linee 'orarie': esse si riuniscono tutte in un punto X che sta sulla retta HK, la cui distanza da H è pari ad FA = HX. Se la distanza FA riportata in HX sta sul foglio, il metodo è inutile: si ricade nella figura 3.

[2] si tratta di un arco di costruzione e quindi tradizionalmente tratteggiato: esso è definito 'occulto' da Clavio e dagli autori dell'epoca; la parola si è conservata, per le linee di costruzione da cancellarsi alla fine del disegno, nella lingua Inglese.

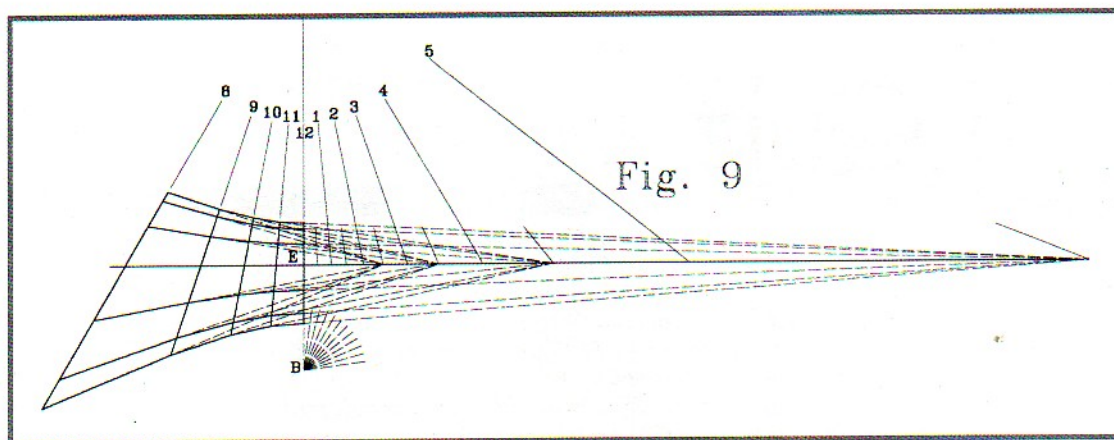



Figura 9: **Un metodo interessante, ma già trattato.**

L'argomento è già stato oggetto di un articolo in questo magazine, e di un quiz del Compendium; ma, trattando di linee di declinazione, non si può non richiamarlo. In questa sede ci si limita a quanto è stato trovato in un manoscritto anonimo del 600 (probabilmente una raccolta di lezioni in un collegio di Gesuiti) senza spiegarne le origini teoriche. Esso è applicato ad un orologio non declinante. Il manoscritto non precisa se sia verticale od orizzontale, e noi abbiamo scelto un orologio verticale.

Si deve costruire preliminarmente l'orologio con i punti delle ore e delle mezze ore sulla equinoziale, e trovare i punti di declinazione sulla sola linea delle 12, con il metodo che si vuole.

Si traccino ora le rette dal punto delle 5 e mezzo ai punti di declinazione sulla linea delle 12, prolungandole fino alla linea delle 11. I punti trovati sulla linea delle 11 sono punti di declinazione. Si ripeta l'operazione fra il punto delle 4 e mezzo ed i punti sulla linea delle 11, prolungando le rette fino alla linea delle 10, trovando così i punti di declinazione su quest'ultima. Continuando con i punti delle mezz'ore successive, è possibile trovare tutti i punti di declinazione su tutte le linee orarie.

Il metodo è applicabile a qualsiasi orologio, purché disegnato su un piano.

Procedimento grafico a mezzo di tavole numeriche.

Infine, accenniamo all'esistenza di tavole numeriche apposite.

In pratica il metodo corrisponde a quelli già illustrati: con i metodi esclusivamente grafici si riportano sulle linee orarie i punti delle linee diurne rilevandole con il compasso sul Trigono dei Segni. Tali distanze possono invece essere fornite direttamente da apposite tabelle precalcolate e pubblicate nei libri di gnomonica. Ovviamente occorre moltiplicare i dati delle tabelle per la lunghezza dello Stilo, ma all'epoca si usava tracciare 'a parte' tale lunghezza (che sovente era quella dell'ortostilo, e non quella dello stilo polare) e suddividerla in 10 o 12 parti, a seconda del sottomultiplo dell'unità utilizzato dalle tabelle. I valori di tabella erano quindi riportati direttamente sul disegno, prendendoli con un compasso sulla scala grafica costruita sul posto.

Una tabella del genere è nel trattato di P.S. Magdeleine, e corrisponde alla tavola che Clavio pubblicò nel suo *'Horologiorum Nova Descriptio'*.

Le tabelle sono calcolate per le latitudini europee, da 35° a 50°, grado per grado, e forniscono quindi dati approssimativi se si utilizzano per latitudini intermedie fra un grado ed il successivo. È possibile una interpolazione. Ma ci si può accontentare anche dei valori relativi al grado più vicino, perché per le latitudini prese in esame gli errori rientrano all'incirca nello spessore delle linee, per lo meno per gli ordinari orologi da muro.